PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 23. 15. November 1904. 5. Jahrgang.

Redaktionsschluss für No. 24 am 16. November 1904.

INHALT:

Originalmitteilungen:
P. Drude, Theorie und Praxis in der drahtlosen Telegraphie. S. 745.
E. F. Huth, Bemerkung zu der Arbeit des Herrn J. Zenneck: Theorie und Praxis in der drahtlosen Telegraphie. S. 748.
V. Conrad u. M. Topolansky, Elektrische Leitfähigkeit und Ozongehalt der Luft. S. 749.
J. Stark, Quecksilber als kathodische Basis des Lichtbogens. S. 750.
R. W. Wood, Eine quantitative Bestimmung der anomalen Dispersion des Natriumdampfes im sichtbaren und ultravioletten Spektralgebiete. S. 751.

Zusammenfassende Bearbeitungen:
F. Klein, Mathematik, Physik, Astronomie an den deutschen Universitäten in den Jahren 1893—1903. S. 764.

Besprechungen:
C. A. Bischoff, Materialien der Stereochemie. S. 775.
Jahrbuch der Chemie. XIII. S. 776.
W. M. Watts, Einführung in das Studium der Spektralanalysis. S. 776.

Personalien. S. 776.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Theorie und Praxis in der drahtlosen Telegraphie.

Von P. Drude.

Unter gleichlautendem Titel hat kürzlich J. Zenneck[1]) in dieser Zeitschrift an einige neuere Arbeiten den Massstab anlegen wollen, „wieweit dieselben für die praktischen Bedürfnisse der drahtlosen Telegraphie unmittelbar Brauchbares oder Neues enthalten." — Dass eine derartige Absicht von einem Sachverständigen ausgesprochen wird, der der Schule entstammt, welcher die Funkentelegraphie, dieser junge Spross unsrer Kultur, die lebenskräftigsten Triebe verdankt, kann nur durchaus erwünscht sein. Nur scheint mir, dass diese Absicht Zennecks insofern einseitig durchgeführt ist, als er einen praktischen Nutzen der von ihm besprochenen neueren (nach M. Wien publizierten) Arbeiten überhaupt nicht anerkennt, sondern sein Urteil über meine Arbeiten lautet: Das Neue ist nicht gut und das Gute ist nicht neu. Ich könnte nun vielleicht besser den Nutzen meiner bisherigen Arbeiten hervortreten lassen, wenn ich das Ziel, welches ich mir als Programm vorgenommen habe, schon näher erreicht hätte und selbst praktische Versuche in grösserem Massstabe ausgeführt hätte, die ich durchaus hoffe einmal ausführen zu können, aber dieses Ziel ist so weit, und ich kann so wenig Zeit dieser Aufgabe widmen, dass ich lieber schon jetzt zum Zenneckschen Aufsatz das Wort ergreife, damit sich das dort ausgesprochene ungünstige Urteil nicht zu sehr festsetzt und eventuell zu einem getrennten Marschieren von Theorie und Praxis führt, wo doch von einem intensiven Zusammenarbeiten beider Richtungen, wie überall, so vor allem hier der beste Fortschritt zu erwarten ist.

Meine Arbeitsrichtung legt es mir nahe, zu dieser wesentlich auf deutschem Boden stehenden Entwickelung, an der ich ein warmes Interesse habe, auch nach meinen Kräften beizutragen. Daher ergreife ich das Wort.

Ich habe folgende Punkte im Aufsatze Zennecks zu besprechen:

1. Die Formeln, welche ich[1]) auf Grund einer Kombination von Theorie und Experiment für Berechnung der Eigenwellenlänge einer Spule mit angehängter Antenne ermittelt habe, besitzen nach Zenneck a) keine praktische Bedeutung, weil die Antenne sich zu weit von den theoretischen Verhältnissen eines freien Drahtes entfernte, und b) entsprechen sie auch keinem Bedürfnis, weil man den Dönitzschen „Wellenmesser"[2]) habe.

Zu a) schildert Zenneck die Verhältnisse auf Gross-Möllen wie folgt: „Der Mast, welcher den Sender trägt, wird durch eine grosse Zahl von Drahtseilen gehalten. Diese müssen bis nahe an die Spitze des Mastes gehen, wenn der Mast auf die Dauer den Stürmen an der See standhalten soll." Dieselbe Station wird nun von G. Eichhorn in seinem kürzlich erschienenen Buche[3]) wie folgt geschildert: „Auf den Ostseestationen dienten zur Befestigung des Luftdrahtes starke Holzmasten von 50 m Höhe. Auch wurde dafür Sorge getragen, dass der Luftdraht möglichst entfernt von den eisernen Pardunen lag, welche den Mast hielten."

Sollte man da nicht wenigstens den Versuch machen, festzustellen, wieweit meine Formeln die ermittelte Wellenlänge darstellen? Wenn man wirklich einen Massstab an meine For-

1) J. Zenneck, diese Ztschr. 5, 586, 1904.

1) P. Drude, Ann. d. Phys. 11, 957, 1903.

2) Das Dönitzsche Instrument misst direkt keine „Wellen", sondern Frequenzen. Daher wäre vielleicht besser, diesen von Dönitz selbst eingeführten Ausdruck in der Litteratur durch den richtigeren: „Periodenmesser" oder „Frequenzmesser" zu ersetzen. Höchstens die Anwendung auf das Gebiet der elektrischen Wellen würde die Bezeichnung „Wellenmesser" nahe legen.

3) G. Eichhorn, Die drahtlose Telegraphie, auf Grund eigner praktischer Erfahrungen. Leipzig, Veit & Comp. 1904, S. 115.

meln legen will, soll man dies thun. Herr Eichhorn schreibt mir: „Ich glaube, seiner Zeit die Rechnung nach Ihren Formeln durchgeführt und übereinstimmend gefunden zu haben." Auf meine Anfrage teilte mir Herr Eichhorn mit (die niedergeschriebenen Daten hat er zwar momentan nicht zur Stelle), dass die Sekundärspule des Sendertransformators 20 Windungen Kupferdraht der Ganghöhe $g = 2{,}5$ mm (Dicke $\delta = 1$ mm) enthalten und 14 oder 15 cm Durchmesser besessen habe. Später teilte er mir mit, dass die Spule vielleicht auch nur 12—15 Windungen (anstatt 20) besessen haben könne. In einiger Zeit hofft Hr. Eichhorn, mir die thatsächlichen Daten liefern zu können. Die Antenne hatte eine Länge von $l = 65$ m und 10 cm „wirksamen" Radius. Nach meinen Formeln berechnet sich aus $n = 20$, $2r = 14$ cm, der Durchlassindex β zu 0,294, die Eigenwellenlänge λ_0 der Spule zu 36,2 m, die der Spule mit Antenne und Gegenkapazität zu $\lambda = 375$ m. Aus $n = 12$, $2r = 14$ cm berechnet sich $\beta = 0{,}448$, $\lambda_0 = 24{,}7$ m, $\lambda = 315$ m. Gefunden ist (nach Eichhorn) $\lambda = 280$ m oder $\lambda = 300$ m. Die nach mir berechnete Wellenlänge ist also für $n = 20$ erheblich grösser, als die gefundene Wellenlänge, für $n = 12$ stimmt sie nahezu mit der Erfahrung überein.

Da ich nicht weiss, in welcher Weise die Funkenstrecke in der Sekundärspule angebracht ist bei der Messung mit dem Dönitzschen Frequenzmesser und ob derselbe die Wellenlängen wirklich richtig angegeben hat[1]), so kann ich nicht sagen, wie weit die gemessene Zahl $\lambda = 280$ m zuverlässig ist. Wenn, wie Zenneck meint, die Befestigung der Antenne, sie zu sehr von einem freien Draht entfernt hätte, so hätte eine Abweichung zwischen Theorie und Praxis in dem Sinne stattfinden müssen, dass die gefundene Wellenlänge grösser als die berechnete gewesen wäre, während es hier umgekehrt ist.

Jedenfalls ist klar, dass in der Praxis die Führung der Antenne möglichst dem idealen Fall eines freien Drahtes anzunähern ist, weil dieser die beste Fernwirkung giebt. Auf Kriegsschiffen mag das erhebliche Schwierigkeiten machen, auf Landstationen lässt sich das Ziel m. E. erreichen. In jedem Falle werden aber meine Formeln, wie ich hoffe, brauchbare Näherungen geben.[2]) Die an ihnen anzubringende Korrektion z. B. auf Kriegsschiffen wird wahrscheinlich darin bestehen, dass der wirksame Radius der Antenne in der Berechnung etwas grösser anzunehmen ist, als in meinen Formeln, weil durch die Pardunen die Kapazität der Antenne vergrössert wird. Man könnte die Korrektion leicht ermitteln durch geometrisch ähnliche Nachbildung der Verhältnisse in kleinem Massstabe im Laboratorium. Wenn die Korrektion ermittelt ist, so hat man darin auch zugleich einen Massstab, wie stark sich die thatsächliche Antenne von dem anzustrebenden Verhalten eines freien Drahtes entfernt, also auch schon aus diesem Grunde ist die Anwendung der Formeln nützlich.

1) Die exakte Angabe absoluter Zahlen für grosse Wellenlängen ist nicht ganz einfach.

2) Wie sehr man vor diesen Formeln im Dunkeln tappte, zeigt sich schon darin, dass vielfach in der Litteratur gerade der Praktiker die Meinung ausgesprochen war, dass die Antennenlänge (ohne Gegenkapazität) $^1/_4$ Wellenlänge betrage, trotz der eingefügten Spule.

Zu 1, b) bemerke ich, dass der Dönitzsche Frequenzmesser[1]) für Frequenzvergleichungen der drahtlosen Telegraphie gewiss recht bequem zu handhaben ist, dass er aber bequemer ist, als eine Berechnung, die man in 15 Minuten durchführen kann, glaube ich nicht, zumal seine Anwendung die Anbringung einer sonst nicht vorhandenen Funkenstrecke erfordert und die Dämpfung im System Spule + Antenne wegen der Strahlung ziemlich stark ist. Durch meine Formeln kann man den Sender auf dem Papier ohne Zwischenschaltung eines Versuches in kürzester Zeit vollständig dimensionieren. So habe ich kürzlich hier zu Versuchen im Freien in kleinerem Massstabe (Antennenlänge 3 m) innerhalb einer Stunde Sender und Empfänger im voraus berechnet[2]) und die Einrichtung funktionierte sofort tadellos.

Um den weiteren Nutzen meiner Formeln für praktische Aufgaben zu sehen, möchte ich hinweisen auf eine neuere Arbeit von Slaby[3]), in welcher die Aufgabe behandelt wird, ohne Änderung der Antennenlänge die Eigenperiode durch Einfügung verschiedener Spulen zu verändern. Diese Aufgabe ist durch meine Arbeit erledigt[4]) und wenn vielleicht die Antenne nicht genügend frei aufgehängt ist, so genügt die Korrektion, die in meinen Formeln bei einer Spule ermittelt ist, sehr wahrscheinlich auch zur Berechnung bei anderen Spulen.

Eichhorn[5]) hat die ausbalanzierende Gegenkapazität der Antenne in sehr guter Übereinstimmung mit meinen Formeln gefunden. Dies scheint mir auch dafür zu sprechen, dass die Antenne nicht wesentlich von den Verhältnissen eines freien Drahtes abwich. Ich möchte aber jedenfalls diese Übereinstimmung hervorheben, da Zenneck meine Arbeiten auf die

1) Zenneck nennt die Frequenzbestimmung durch Resonanz die Bjerknesssche Methode. Dem kann ich nicht zustimmen, sie ist die Hertzsche Methode zu nennen. Das Spezifische von Bjerkness, dem Schüler von Hertz, liegt in der Bestimmung der Dämpfung aus der Form der Resonanzkurve.

2) Dabei sollte sogar das Verhältnis der Wellenlänge der Sekundärspule des Senders ohne Antennen zur Wellenlänge mit Antennen ein bestimmtes sein.

3) A. Slaby, Elektro-techn. Ztschr. **25**, 716, § 6, 1904.

4) Darin, dass meine Arbeit bei Slaby nicht citiert ist, erblicke ich noch keinen Beweis für die praktische Unbrauchbarkeit meiner Formeln.

5) G. Eichhorn, l. c., S. 236.

Brauchbarkeit für die praktischen Bedürfnisse der drahtlosen Telegraphie prüfen wollte und er hierüber nichts sagt.

2. Zenneck vermisst in meiner Arbeit den Nachweis, dass die Vielfach-Antenne auch bezüglich der Strahlung einer einfachen Antenne von grösserem Radius gleichwertig ist. Da ich nachgewiesen habe, dass die Vielfach-Antenne hinsichtlich der Vergrösserung der Eigenperiode einer dicken Einfach-Antenne gleichkommt, so ergiebt sich dies nach dem Poyntingschen Satze und der unveränderten relativen Lage der elektrischen und magnetischen Kraftlinie (wenigstens in grösserer Distanz vom Sender) auch notwendig hinsichtlich der Strahlung. Diesen Gedanken habe ich für so selbstverständlich gehalten, dass ich ihn nicht weiter ausgeführt habe, und es auch jetzt nicht thue[1]), zumal Zenneck die thatsächliche stärkere Strahlung von Vielfach-Antennen gar nicht bestreitet.

3. Damit, dass ich in einer späteren Arbeit[2]) zu dem Resultat gelange, dass der beste Tesla-Transformator nur eine einzige Primärwindung enthalten soll und möglichst wenig tote Selbstinduktion im Primärkreis, beanspruche ich nicht eine Priorität, denn dies Resultat ist schon aus der Oberbeckschen Arbeit[3]) abzulesen, nach der das Potential an der Tesla-Spule proportional zur Quadratwurzel aus der Primärkapazität ist, wenigstens wenn die Funkenpotentialdifferenz im Primärkreis konstant bleibt (und die Dämpfung, die Oberbeck nicht berücksichtigt hat). Ich hatte aber bisher keine in den Handel gebrachte Tesla-Transformatoren gesehen, welche diese Forderung erfüllen, und daher war es wohl gerechtfertigt, dies Resultat noch einmal hervorzuheben. Nach Zenneck ist von ihm eine diesem Resultat entsprechende Form, die allerdings nicht dem eigentlichen Tesla-Transformator entspricht, sondern dem Sender in der drahtlosen Telegraphie ohne Antennen, 1900 zum Patent angemeldet worden. Diese Form Zennecks war mir unbekannt. Ob und wo diese Form publiziert ist, weiss ich nicht. (Da ich kein Patent nehmen wollte, hatte ich auch keinen Anlass, Patentschriften zu studieren.) Mir fällt auf, dass trotzdem die bisher publizierten Sender alle mehrere Primärwindungen enthalten. Um so mehr halte ich die Hervorhebung jenes Resultates in meiner Arbeit für wünschenswert. — Dass Zenneck mehrere parallel geschaltete Primärwindungen besonders günstig gefunden hat, erklärt sich durch die dadurch herbeigeführte Verminderung der primären Selbstinduktion und entspricht dem in meiner Arbeit genannten Resultat, dass die Primärwindung möglichst dick sein soll.

4. Zenneck bestreitet das von mir theoretisch gefundene Resultat, dass die Koppelung $k' = 0{,}6$ zur Erzielung hoher Sekundärpotentiale besonders günstig sein soll auf Grund von Versuchen, welche ergaben, dass bei $k' = 0{,}25$ die sekundäre Funkenschlagweite 3,1 mm betrug, für die Koppelung $k' = 0{,}18$ dagegen 3,2 mm. Diese Versuche sind für mich nicht beweisend a) wegen der Ungenauigkeit der Funkenschlagweiten-Messungen, b) weil bei geringen Dämpfungen das Maximum-Sekundär-Potential mit wachsender Koppelung bis zu $k' = 0{,}6$ nicht beständig wächst, sondern schon bei kleinerem k' relative Maxima besitzen kann.[1]) Beweisend für die Unrichtigkeit meines Resultates würden erst Versuche sein, bei denen die Koppelung $k' = 0{,}6$ wirklich erreicht ist (was, wie ich jetzt gesehen habe, möglich ist), oder mindestens weiter in die Höhe getrieben ist als bei Zenneck. Wenn man die Koppelung und das Dekrement $\gamma_1 + \gamma_2$ bei den Versuchen misst, kann man auch bei kleinerem k' die Theorie direkt mit dem Experiment vergleichen, denn der Weg der Berechnung für das Sekundär-Potential V_2 ist in meiner Arbeit vollständig angegeben. Diesen Weg hat aber Zenneck nicht betreten. — Bei dem von mir abgeleiteten Resultat, dass allgemein die Koppelung $k' = 0{,}6$ besonders günstig ist, ist allerdings vorausgesetzt, dass durch stärkere Koppelung nicht etwa das Dekrement γ_2 erhöht wird, da aber Zenneck nur 3,2 mm Funkenschlagweite angiebt, ist wohl bei seinen Versuchen Büschelentladung der Sekundärspule in der Luft nicht vorhanden gewesen. Dass bei stärkerer Koppelung das primäre Dekrement γ_1 zunimmt, wie Zenneck vermutet, halte ich für unwahrscheinlich, denn dasselbe wird nur durch Energieverluste im Funken verursacht und durch geringe[2]) Energieübertragung auf die Zuleitungen zum Funken.

5. Ich stimme Herrn Zenneck darin zu, dass man allgemein über den Gang des Quotienten Anfangsspannung F dividiert durch Funkenwiderstand w, nichts aussagen kann. Ich habe ja auch nur behauptet, dass er innerhalb gewisser Funkenlängen wenig variiere.[2]) Ebenso sind wir ja darin einig, dass innerhalb

1) Ebensowenig gehe ich auf den scheinbaren Gegensatz ein, den Zenneck zwischen einer Bemerkung Abrahams und einer von mir glaubt konstatieren zu müssen, weil ich das besser bei einer späteren Gelegenheit thun kann.

2) P. Drude, Ann. d. Phys. **13**, 542, 1904.

3) A. Oberbeck, Wied. Ann. **55**, 623, 1895.

1) Vgl. P. Drude, l. c. 547, wo für $\frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2} = 0{,}15$ das Maximum-Potential V_2 bei $k' = 0{,}384$ grösser ist, als bei $k' = 0{,}470$. Bei kleineren Dämpfungen tritt ein solches Oszilieren von V_2 intensiver auf. Wie ich jetzt durch eigene Versuche gelernt habe, kann man in der That viel kleinere Dekremente, als $\frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2} = 0{,}15$ erhalten. Vielleicht hat auch Zenneck mit kleinerem $\frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2}$ gearbeitet.

2) Wenigstens wenn man richtig schaltet, d. h. die Zuleitungen dicht am Funken anbringt.

gewisser Grenzen das sekundäre Maximumpotential nur wenig von der Anfangsspannung F abhängt, wie ich es in meiner Arbeit behauptet habe. Auf die Ableitung dieses Resultates aus der Theorie und auf die Grenzen selber (die nicht in allen Fällen dieselben sind) werde ich später an anderer Stelle noch einmal zurückkommen, von vornherein ist das Resultat ja plausibel, da bei wachsendem F schliesslich sicher die Primärdämpfung im Funken zunehmen muss.

6. Zenneck sagt (und führt das mir gegenüber brieflich genauer aus), dass die Braunsche Röhre für Wechselzahlen über 10^6/sec nicht mehr brauchbar sei, und dass daher meiner Methode, aus kombiniertem Integral- und Maximaleffekt die Dämpfungen zweier gekoppelter Schwingungskreise einzeln zu bestimmen, „die Grundlage" fehle. Meine Arbeit behandelt die Bestimmung der Dämpfung ganz allgemein. Wenn die Braun-Röhre für die Wechselzahlen der drahtlosen Telegraphie versagen sollte, so kann man Maximum-Potentiale aus Schlagweiten prinzipiell messen; dass hierfür nicht ohne weiteres die Resultate aus statischen Messungen zu benutzen sind, war mir wohl bewusst und ich hätte bei Experimenten darauf geachtet. Die Aufgabe jener Arbeit habe ich in Festlegung der theoretischen Grundlage gesehen, um sie später für Versuche benutzen zu können. Dass dort noch gewisse experimentelle Schwierigkeiten liegen, gebe ich zu, halte sie aber nicht für unüberwindlich. Die von mir vorgeschlagene Methode ist also noch nicht experimentell angewandt und durchgebildet, das würde ich schon später nachholen, wenn ich zu praktischen Versuchen kommen sollte; aber die Grundlage fehlt meiner Methode nicht, auch nicht für die Wechselzahlen der drahtlosen Telegraphie, denn die Grundlage sehe ich in den Formeln. Ich habe mir übrigens in meinem Beobachtungsjournal schon vor 7 Jahren notiert, dass ich die Braun-Röhre selbst für wesentlich höhere Wechselzahlen zur Bestimmung der Maximalamplitude benutzen konnte, mit welcher Genauigkeit dies möglich ist, vermag ich jetzt nicht zu sagen. Eine direkte Bestimmung der Dämpfung mit der Braun-Röhre aus Lage der helleren Umkehrpunkte war mir aber nicht möglich. Die von mir in meiner Arbeit theoretisch begründete Methode ist anzuwenden, wenn man die Dämpfungen im Primär- und Sekundärkreis gleichzeitig bestimmen will und keine der beiden Dämpfungen im voraus zu berechnen ist. Wendet man einen nicht strahlenden Sekundärkreis mit variabeler Periode an, bei dem man die eigene Dämpfung im voraus mit genügender Genauigkeit berechnen kann, so kann man aus der beobachteten Resonanzkurve des Integraleffektes die Dämpfung im Primärkreis bestimmen, und zwar nach Bjerkness durch geometrische Konstruktion, nach den von mir mitgeteilten Formeln analytisch. Ich ziehe letzteren Weg vor, weil er m. E. bequemer ist. In dieser Weise habe ich schon seit längerer Zeit die Dämpfung von Kondensatorkreisen mit Funkenstrecke in zahlreichen Fällen systematisch untersucht; die betreffende Arbeit ist im Druck. Ich erfahre jetzt durch den Aufsatz von Zenneck, dass Herr Rempp die gleiche Aufgabe behandelt hat. Ich vermute, dass er nach gleicher Methode gearbeitet hat, wie ich. Für den vorliegenden Zweck würden dann also Zenneck und ich hinsichtlich der Wahl der Methode einerlei Meinung sein, der Zweck der von mir in der früheren Arbeit vorgeschlagenen kombinierten Methode der Beobachtung von Maximal- und Integraleffekt ist ein ferner liegender, der aber auch praktisch wichtig sein kann, nämlich der der gleichzeitigen Messung der primären und sekundären Dämpfung, wenn über beide im voraus nichts bekannt oder zu berechnen ist.

Giessen, 21. Oktober 1904.

(Eingegangen 26. Oktober 1904.)

Bemerkung zu der Arbeit des Herrn J. Zenneck: Theorie und Praxis in der drahtlosen Telegraphie.

Von Erich F. Huth.

Die Bemerkungen, welche Herr Zenneck über die am Schlusse meiner Arbeit „Entmagnetisierung durch schnelle elektrische Schwingungen und ihre Verwendung zur Messung elektromagnetischer Strahlung" angestellten Versuche macht, könnten den Anschein erregen, als ob ich über die Verhältnisse, wie sie bei der praktischen Ausübung der drahtlosen Telegraphie vorliegen, nicht unterrichtet sei und aus meinen Experimenten Schlussfolgerungen gezogen hätte, welche auf die Funkentelegraphie anzuwenden nicht gerechtfertigt sei.

Darauf habe ich zu erwidern, dass ich 1. auf die einschränkenden Bedingungen hingewiesen habe, unter denen man in kleinen Räumen zu arbeiten gezwungen ist. Der Vorwurf, dass die Versuchsanordnungen den Verhältnissen in der Praxis nicht entsprechen, wird unter diesen Umständen sehr wohlfeil zu erheben sein.

2. Nutzanwendungen auf die drahtlose Telegraphie sind nicht allein aus Experimenten, sondern auch auf Grund von Überlegungen gemacht worden, welche unabhängig von meinen speziellen Versuchsanordnungen waren.

3. Bei der Frage, ob die Erdung durch eine Kapazität ersetzt werden könne, wurde

eine Methode angewendet, welche eine Hauptfehlerquelle bei Untersuchungen im Laboratorium, die geringe Entfernung zweier geerdeter Stationen, ausschaltet. Schliesslich wäre es im Interesse der Sache erspriesslicher gewesen, wenn Herr Zenneck seine Ausstellungen etwas exakter motiviert hätte. Apodiktische Urteile sind in diesen Dingen als durchaus unangebracht zu bezeichnen.

(Eingegangen 6. Oktober 1904.)

Elektrische Leitfähigkeit und Ozongehalt der Luft.

Von V. Conrad und M. Topolansky.

Seit Mitte Januar 1904 werden an der Centralanstalt für Meteorologie in Wien gelegentlich eines 24 stündigen Beobachtungsdienstes auch Zerstreuungsmessungen mit einem Apparat nach Elster und Geitel von Günther in Braunschweig vorgenommen. Die Messungen werden sechsmal im Tage angestellt und zwar um 12^h Mitternacht, 4^ha, 8^ha, 12^h Mittag, 4^hp und 8^hp. Sind die Termine auch zu weit voneinander abliegend, als dass man eine sichere Kenntnis über den täglichen Gang der Zerstreuung aus den Beobachtungen erlangen könnte, und ist auch der Beobachtungsort (in der Nähe der Stadt) für einwandfreie Messungen nicht gerade besonders geeignet, so kann man doch vielleicht die Abhängigkeit der so gewonnenen Zerstreuungswerte von gewissen meteorologischen Faktoren feststellen.

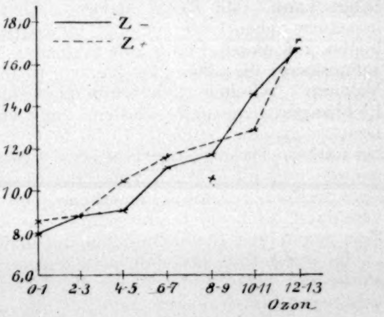
Da an der genannten Anstalt auch regelmässige Ozonmessungen zu den meteorologischen Beobachtungsterminen 7^ha, 2^hp, 9^hp mit Jodkleisterpapieren von Dr. Lender nach einer willkürlichen Farbenskala, die 14 Töne enthält, (der 0-Ton ist weiss, der 14. Ton am dunkelsten) angestellt werden, so lag es nach den Untersuchungen von Richarz und Schenck[1]) nahe, zu untersuchen, ob die elektrische Leitfähigkeit der Luft und der Ozongehalt derselben in einer Wechselbeziehung stehen.

Wir haben diese Untersuchung folgendermassen angestellt: es wurden jene Tage herausgesucht, die die Ozonstufen 0 und 1 aufwiesen; hierauf wurde das Mittel der Zerstreuungswerte gebildet, die an diesen Tagen gefunden wurden. Die Tage der Ozonstufen 2 und 3 wurden in gleicher Weise behandelt u. s. f. Es standen uns im ganzen ca. 650 Beobachtungen zur Verfügung.

Die folgende Tabelle enthält in der ersten Spalte die betreffenden Ozonstufen, in der zweiten und dritten das entsprechende Mittel der negativen bezw. positiven Zerstreuung (in relativen Werten); in der vierten Spalte steht die Zahl der verwendeten Beobachtungen. Der leichteren Übersichtlichkeit halber haben wir beistehend die Beziehung zwischen Zerstreuung und Ozongehalt noch graphisch in der Fig. 1 dargestellt.

Ozon	Z_-	Z_+	Zahl der Beobachtungen
0—1	8,0	8,7	102
2—3	8,9	9,0	60
4—5	9,3	10,6	144
6—7	11,2	11,8	72
8—9	11,8	10,7	80
10—11	14,7	13,1	96
12—13	16,9	17,4	84

Wenn man die Zahlen der Tabelle betrachtet, so sieht man, dass die Zerstreuungswerte mit steigendem Ozongehalt steigen; eine Ausnahme bildet nur das Mittel für die Ozonstufe 8—9, welches einen abnorm tiefen Wert aufweist. Dieser tiefe Wert erklärt sich aber aus dem Umstande, dass hier von den 80 verwendeten Beobachtungen ungefähr 65 bei Nebel angestellt wurden, der die Zerstreuung stark herabdrückte.



Man kann also sagen, dass ein Zusammenhang zwischen der Verfärbungsintensität der Jodkleisterpapiere und der Zerstreuung besteht. Ob man es hier mit einem Zusammenhang der Ozonisierung der Luft und der Leitfähigkeit derselben zu thun hat, muss freilich dahingestellt bleiben, da es ja nicht vollkommen sicher ist, ob gerade das Ozon die Jodkleisterpapiere verfärbt.

Vielleicht könnte man umgekehrt aus der aufgefundenen Beziehung, und der Übereinstimmung mit Richarz und Schenck schliessen, dass die Verfärbung der Jodkleisterpapiere wirklich durch den Ozongehalt hervorgerufen wird.

Sicherlich kann man aber aus diesen Resultaten den Schluss ziehen, dass sich die Jodkleisterpapiere nicht bei höherer relativer Feuch-

1) Berl. Sitzungsber. 1903 und ebenda 1904.

tigkeit dunkler färben, wie Schöne[1]) meint, da sonst die Beziehung zwischen Zerstreuung und Verfärbungsintensität die umgekehrte wäre.

1) s. darüber: J. M. Pernter, Met. Zeitschr. Jahrg. 1881, S. 394.

Wien, k. k. Centralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, August 1904.

(Eingegangen 28. September 1904.)

Quecksilber als kathodische Basis des Lichtbogens.

Von J. Stark.

Damit der Lichtbogen bestehen kann, muss in seiner kathodischen Strombasis eine intensive Emission negativer Elektronionen infolge hoher Temperatur statthaben.[1]) Verhindert man in der kathodischen Strombasis durch künstliche Abkühlung die Entwicklung einer hohen Temperatur, so wird der Lichtbogen unmöglich.[2]) Jener Theorie und diesem Resultat scheint indes die Thatsache zu widersprechen, dass der Lichtbogen flüssiges Quecksilber als Kathode haben kann. Mit Recht macht C. D. Child[3]) in seiner neuen Untersuchung über den Lichtbogen auf diesen Punkt mit folgenden Worten aufmerksam (S. 126): „Es kann z. B. in einem Vakuum zwischen Quecksilberelektroden ein Lichtbogen hergestellt werden, und wenn der Druck 0,29 mm beträgt, so kocht Quecksilber bei 100° C. Diese Temperatur ist viel zu niedrig, um die negativen Ionen von dem Quecksilber fortzutreiben.“ Diese Bemerkung von Child veranlasst mich, folgende schon vor längerer Zeit gemachten Beobachtungen mitzuteilen.

Es steht fest, dass bei etwa 3 Amp. Stromstärke die kathodische Basis des Quecksilberlichtbogens im Vakuum ungefähr nur 10 mm² gross ist. Wohl in allen bisher untersuchten Fällen war indes die ganze Kathodenoberfläche 10—1000 mal grösser. Wenn also in der kathodischen Strombasis eine hohe Temperatur vorhanden ist, so gilt dies nur von einem kleinen Teil der Kathodenoberfläche; der übrige Teil mag eine niedrige Temperatur haben. Sodann ist zu beachten, dass die hohe Temperatur der kathodischen Strombasis nur in der äussersten Oberfläche vorhanden ist; im Innern der kathodischen Quecksilbermasse mag eine niedrige Temperatur herrschen. Dass von der kathodischen Strombasis nach dem Innern der Kathode ein riesiger Temperaturabfall vorhanden sein kann, konnten Herr Cassuto und der Verfasser an Messingelektroden auf folgende Art feststellen. Als Kathode diente eine Röhre von etwa 0,7 mm dickem Messing; durch sie wurde ein rascher Strom von Leitungswasser getrieben; wurde der Lichtbogen entzündet, so verdampfte in seiner kathodischen Strombasis das Metall, obwohl das aus der Röhre tretende Wasser kalt blieb.

Würde die Temperatur der kathodischen Strombasis auf der ganzen Kathodenoberfläche und auch im Innern des flüssigen Quecksilbers vorhanden sein und thermisches Gleichgewicht zwischen Flüssigkeit und Dampf bestehen, so könnte natürlich bei 0,29 mm Druck die Temperatur nicht diejenige der Gelbglut sein. In Wirklichkeit aber ist diese hohe Temperatur nur in der kleinen Strombasis vorhanden; hier besteht kein rein thermisches Gleichgewicht zwischen Dampf und Flüssigkeit, es hat vielmehr eine sehr stürmische Verdampfung statt.[1]) Hier halten sich Wärmeverlust durch Verdampfung und Wärmeverlust durch Leitung, Konvektion und Strahlung auf der einen Seite und Wärmegewinn durch elektrische Arbeit auf der anderen Seite das Gleichgewicht. Die elektrische Arbeit an der Kathode ist gleich dem Produkt aus Kathodenfall (6 Volt) und der Stromstärke; sie beträgt in dem angenommenen Fall für 10 mm² kathodische Strombasis und 3 Amp. 18 Watt oder 4,3 Grammkalorien pro Sekunde. Damit diese Wärmemenge durch Verdampfung und Leitung fortgehen kann, muss die Temperatur in der kathodischen Strombasis genügend hoch werden, in unserem Fall bis zur Gelb- oder Weissglut steigen.

Dass in Wirklichkeit die theoretisch geforderte hohe Temperatur in der kathodischen Strombasis vorhanden ist, dafür zeugt folgende spektroskopische Beobachtung. Entzündet man den Lichtbogen im Vakuum bei Zimmertemperatur durch Induktion[2]) ohne künstliches Anwärmen, so ist der dunkle Zwischenraum an der Kathode zunächst gross und die Lichtemission klein, gleichzeitig bietet sich dem Auge die kathodische Strombasis als ein gelb- bis weissglühender Fleck dar, der in unregelmässiger Bewegung auf der Kathodenoberfläche umherirrt. Bringt man den Spalt eines lichtstarken Spektroskops ganz nahe an die Kathodenoberfläche, so nimmt man die Hauptlinien des Quecksilbers wahr; immer aber, wenn die glühende Basis bei ihrer unregelmässigen Bewegung vor den Spalt kommt, schiesst durch das Linienspektrum ein Streifen kontinuierliches Spektrum, wie sich besonders gut in Rot beobachten lässt. Dieses kontinuierliche Spektrum

1) J. Stark, Ann. d. Phys. **12**, 673, 1903.
2) J. Stark u. L. Cassuto, diese Zeitschr. **5**, 264, 1904.
3) C. D. Child, Phys. Rev. **19**, 117, 1904.

1) J. Stark, Ann. d. Phys. **12**, 677, 1903; J. Stark u. L. Cassuto, diese Zeitschr. **5**, 268, 1904.
2) J. Stark, Ann. d. Phys. **12**, 709, 1903.

dürfen wir wohl darauf zurückführen, dass in der kathodischen Basis des Lichtbogens an Quecksilber das flüssige Quecksilber die Temperatur der Gelb- bis Weissglut besitzt.

Göttingen, 30. Oktober 1904.

(Eingegangen 30. Oktober 1904.)

Eine quantitative Bestimmung der anomalen Dispersion des Natriumdampfes im sichtbaren und ultravioletten Spektralgebiete.

Von R. W. Wood.

Die Dispersion eines Mediums mit einer einzigen Bande metallischer Absorption wird dargestellt durch die Formel

$$n^2 = 1 + \frac{m\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_m{}^2},$$

wo λ_m die Wellenlänge im Centrum der Absorptionsbande und m eine Konstante ist. Bisher ist diese Formel niemals experimentell geprüft worden, und zwar deshalb nicht, weil kein geeignetes Medium bekannt war, welches genaue Bestimmungen der Änderung des Brechungsindex mit der Wellenlänge gestattete. Ein solches Medium besitzen wir nun in dem Dampfe des metallischen Natriums, doch sind die entgegenstehenden experimentellen Schwierigkeiten derartig gross, dass bislang nur qualitative Beobachtungen haben gemacht werden können.

Nach vielen vergeblichen Bemühungen wurden endlich Methoden ausgearbeitet, welche genaue Bestimmungen des absoluten Brechungsindex des metallischen Dampfes bei verschiedenen Dichten ermöglicht haben, und zwar für alle Wellenlängen vom äussersten Rot bis tief ins Ultraviolett hinein. Für Wellenlängen in unmittelbarer Nachbarschaft der D-Linien wurde für den Brechungsindex der Wert 1,38 gefunden, ein Wert wie für manche Flüssigkeiten; dabei ist selbst in der Gegend der D_3-Linie des Heliums die Dispersion so gross, dass, wenn wir ein Prisma aus dem Dampf bilden könnten, welches eine gleiche Ablenkung hervorbrächte wie ein Glasprisma von 60^0, wir mit dessen Hilfe ein schmales Zeeman-Doublet so weit trennen könnten, wie in dem durch das Glasprisma erzeugten Spektrum die Entfernung zwischen dem Rot und dem Blau beträgt. Die erhaltenen Resultate wurden in die Formel eingesetzt, und es zeigte sich die beste Übereinstimmung.

Die anomale Dispersion des Dampfes wurde zuerst von Kundt beobachtet und seitdem von Becquerel, Julius, Ebert u. a. untersucht. Diese Forscher haben ihre Beobachtungen meistens auf die Dispersion beschränkt, welche erzeugt wird durch Flammen von prismatischer Form, die Natriumdampf enthalten. Unter diesen Umständen ist die anomale Dispersion in unmittelbarer Nachbarschaft der D-Linien nur scheinbar, denn sie erstreckt sich im Spektrum nach beiden Seiten hin nicht viel weiter als die Entfernung zwischen diesen Linien beträgt. Vor etwa vier Jahren zeigte nun der Verfasser, dass es unter Anwendung des Metalldampfes in Glasröhren möglich ist, weit grössere Ablenkungen zu erhalten und die Beobachtung der Dispersion vom äussersten Rot bis zum Violett auszudehnen. Diese Resultate wurden ermöglicht durch die äusserst bemerkenswerten physikalischen Eigenschaften des Dampfes, welche alsbald eingehender besprochen werden sollen.

Die in erhitzten Glasröhren gebildeten Prismen sind in Wirklichkeit inhomogene Cylinder des Dampfes, und zwar ist die Dichte am grössten längs des erhitzten Bodens der Röhren und am geringsten an der Spitze. Die durch inhomogene Dampfmassen gelieferten Bestimmungen sind überraschend gut, und es lassen sich relative Werte der Brechungsindices ohne Schwierigkeit bestimmen; indessen konnten keine Mittel und Wege gefunden werden zur Bestimmung des Winkels des äquivalenten Prismas, und somit war es unmöglich, mehr zu erreichen als Vermutungen über die absoluten Werte. Ein vor mehreren Jahren gemachter Versuch, mittels Interferenzmethoden Daten zu erhalten, führte zu keinem Ergebnis aus dem Grunde, dass die Streifen sofort durch Konvektionsströme erhitzten Wasserstoffs verwischt wurden. Durch Anwendung des Auskunftsmittels, das Metall in einem hohen Vakuum zu erhitzen, wurde es ermöglicht, mit dem D_3-Licht des Heliums Ablenkungen von 1500 Streifenbreiten zu erreichen, ohne dass das Aussehen der Streifen irgendwie verändert wurde. Durch Kombination der mit dem Interferometer erhaltenen Daten mit den durch prismatische Ablenkung erhaltenen relativen Werten ist es möglich gewesen, für ein sehr breites Wellenlängengebiet absolute Werte zu erhalten. Wir wollen nun mit einer kurzen Besprechung der Eigenschaften des Mediums beginnen.

Physikalische und optische Eigenschaften des Dampfes von metallischem Natrium.

Eine der hauptsächlichen Schwierigkeiten, welche sich der Messung der optischen Konstanten des Natriumdampfes in den Weg stellte, ist die Unmöglichkeit, den Dampf in Gefässe einzuschliessen, welche durch ebene Glasflächen begrenzt werden. Sobald nämlich die Temperatur so weit gestiegen ist, dass sich Dampf von einigermassen beträchtlicher Dichte bildet, wird das Glas angegriffen und durch die Reduktion der Silikate undurchsichtig gemacht. Der Dampf

besitzt indessen eine höchst bemerkenswerte Viskosität, mit deren Untersuchung ich gegenwärtig beschäftigt bin, und welche es möglich macht, mit Hilfe eines hohen Vakuums eine Masse von grosser Dichte zu bilden, die getrennt ist von den die Röhre verschliessenden Glasplatten. Bringt man eine Anzahl Stücke reinen Natriums in eine Röhre aus hartem Jenenser Glas, deren Enden durch kleine Stücke dünner Glasplatten verschlossen sind, und evakuiert man die Röhre mittels einer Quecksilberpumpe, während man gleichzeitig das untere Ende durch kleine Bunsenbrenner stark erhitzt, so zeigt der Natriumdampf sehr wenig Neigung, zu den kälteren Partien der Röhre überzudestillieren. Er kondensiert sich selbstverständlich am oberen Ende der Röhre, aber er wird von der Oberfläche des geschmolzenen Metalles so sehr viel schneller abgegeben, als er in den oberen Teil diffundieren kann, dass der Verlauf des Dichtigkeitsgradienten sehr steil ist. (Fig. 1.)

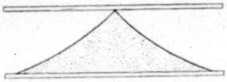


Fig. 1.

Die so hergerichtete Röhre wird in der gleich zu beschreibenden Weise angewandt und zeigt alsdann die starke anomale Dispersion in der Nachbarschaft der D-Linien mit grosser Klarheit.

Eine Röhre von 25 cm Länge wird auf die Länge von 10 cm allseitig zur Rotglut erhitzt mittels eines von einem starken Strom durchflossenen Eisendrahtes; in derselben kann sich eine Menge Natriumdampfes von hinreichender Dichte bilden, um eine Verschiebung von mehreren Tausend Heliumstreifen (D_3) zu liefern; trotzdem ist jenseits des erhitzten Röhrenteiles praktisch keine Spur des Dampfes wahrzunehmen. Diese Bedingung kann eine Stunde lang und darüber aufrecht erhalten werden infolge der ausserordentlich langsamen Diffusion. Erhitzt man Quecksilber unter ähnlichen Umständen, so ist es nicht möglich, Verschiebungen von mehr als 1 oder 2 Streifen zu erhalten. Kalium destilliert fast augenblicklich zu den kälteren Röhrenteilen über. Die übrigen Alkalimetalle sind noch nicht untersucht worden.

Anomale Dispersion tritt auf bei den Absorptionslinien, welche den Hauptserien angehören; sie ist sehr stark bei den D-Linien, schwach beim ersten Paar der ultravioletten Linien ($\lambda = 3303$), und fast unmerklich beim zweiten Paar ($\lambda = 2852$), wie aus Fig. 2 ersichtlich.

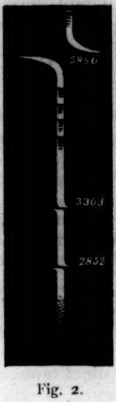


Fig. 2.

Ist der Dampf von beträchtlicher Dichte, so laufen die D-Linien in eine einzige Absorptionsbande zusammen, und die Dispersion kann durch das gesamte Wellenlängengebiet dargestellt werden als herrührend von Elektronen einer einzigen Periode, denn die ultravioletten Banden beeinflussen den Brechungsindex nur in ihrer unmittelbaren Nachbarschaft. Diese Banden treten in dem Masse auf, als die Dichte des Dampfes zunimmt, und zwar erscheint die zweite erst, wenn die Bande bei den D-Linien drei- oder viermal so breit geworden ist wie der Abstand zwischen den Linien. Das komplizierte kannellierte Absorptionsspektrum scheint keinen Einfluss auf die Brechung des Dampfes auszuüben.

Ich bin jedoch überzeugt, dass das kannellierte Absorptionsspektrum die Brechung des Mediums in geringem Grade beeinflusst, und beabsichtige in allernächster Zeit diese Frage mittels einer Modifikation der Schlierenmethode zu untersuchen. Die kannellierten Banden beeinflussen die magnetische Rotationsdispersion ganz bedeutend, ein Gegenstand, über den zur Zeit Untersuchungen im Gange sind. Die magnetische Dispersion ist viele Male grösser als die gewöhnliche Dispersion, wie eine Untersuchung von Vakuum-Dispersionsröhren in einem starken magnetischen Feld mittels polarisierten Lichtes gezeigt hat; die ganze Frage wird in einer demnächstigen Arbeit eingehend aufgenommen werden.

Die absoluten Werte der Brechungsindices für verschiedene Dichten sind mittels des Interferometers für monochromatisches Licht verschiedener Wellenlängen bestimmt worden. Relative Werte (Dispersion) sind auf demselben Wege sowohl, als auch nach der Methode der gekreuzten Prismen erhalten worden.

Bestimmung der Dispersion mittels des Interferometers.

Die allgemeine Anordnung des Apparates zeigt Fig. 3. Das Interferometer war ein von

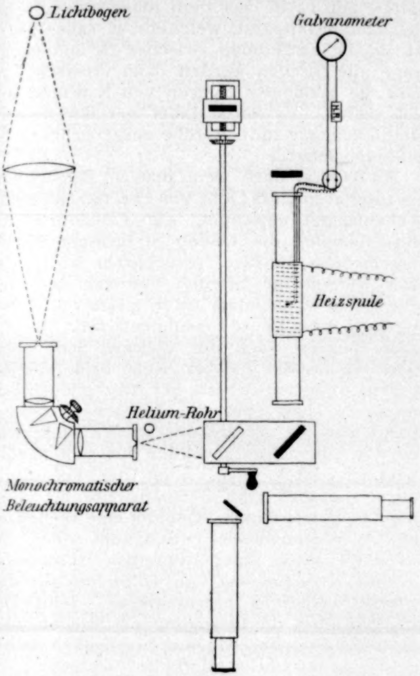


Fig. 3.

Brace entworfenes Michelsonsches Instrument. Die Grundlage des Instruments bestand aus einem schweren Messingrohr von 12 cm Durchmesser und etwas mehr als einem Meter Länge. Die Anordnung der Spiegel ist aus der Figur ersichtlich; mit Ausnahme eines einzigen waren sie aus Spiegelmetall. Das Licht einer Bogenlampe wurde auf den Spalt des monochromatischen Beleuchtungsapparats konzentriert. Der aus dem Spalt dieses Instruments austretende Strahl umfasste ein Wellenlängengebiet, welches etwa dem Gebiet zwischen den D-Linien gleichkommt. Nahe dem Spalt war eine Heliumröhre angebracht, welche ein Licht von konstanter Wellenlänge lieferte, und die Beobachtungen bestanden darin, die Streifenverschiebungen für die beiden Lichtarten zu zählen, wenn eine gegebene Menge Natriumdampf in den Weg eines der interferierenden Strahlen gebracht wurde. Ein kleiner Spiegel war vor dem Interferometer angebracht und lenkte einen Teil des austretenden Lichtes in ein Fernrohr ab, während der Rest des Strahles in ein zweites Fernrohr eintrat. Durch eine kleine Justierungsvorrichtung war es möglich, die von dem Heliumlicht gebildeten Streifen in dem einen Fernrohr und die von dem aus dem monochromatischen Beleuchtungsapparat austretenden Licht gebildeten in dem andern Fernrohr deutlich zu erhalten. Das Heliumrohr stand ein wenig nach der einen Seite des Spaltes zu; infolgedessen trat nur ein sehr geringes Übergreifen der beiden Systeme ineinander auf.

Das Natrium war enthalten in einem nahtlosen Stahlrohr, das mit Asbestpapier bedeckt und mit einer Spirale von Eisendraht umwickelt war, durch welche ein starker Strom geschickt wurde. Die Enden des Rohres waren durch Glasplatten verschlossen, welche so dick waren, dass sie die Stelle der Kompensationsplatte vertraten, welche gewöhnlich parallel zum transparenten Spiegel aufgestellt ist. Das Rohr wurde mittels einer Quecksilberpumpe evakuiert, welche während der ganzen Versuchsreihen mit ihm in Verbindung gehalten wurde, um den okkludierten Wasserstoff zu entfernen, welcher in Freiheit gesetzt wurde, sobald das Natrium erhitzt wurde.

Die D_3-Linie des Heliums war in der angewandten Röhre so stark, dass keine Farbenschirme notwendig waren; die Streifen waren so deutlich ausgeprägt wie die mit Natriumlicht erhaltenen. Wegen der Nachbarschaft der Absorptionsbande wurden mit einer geringen Menge verhältnismässig dünnen Natriumdampfes sehr grosse Streifenverschiebungen erhalten.

In den elektrisch geheizten Röhren zeigte der Natriumdampf kein Bestreben, die inhomogenen Prismenäquivalente zu bilden; infolgedessen blieben selbst nach sehr grossen Verschiebungen die Streifen gerade. Es waren zwei Beobachter nötig: der eine zählte die Heliumstreifen beim Durchgang durch den Faden des Fernrohres, der andere beobachtete den Durchgang der Streifen, welche von dem aus dem monochromatischen Beleuchtungsapparat austretenden Licht gebildet wurden. Wenn das angewandte Licht auf derselben Seite der D-Linien lag wie die Heliumlinie, so wurden die beiden Streifengruppen nach derselben Richtung abgelenkt; liegt es auf der andern Seite, so erfolgen die Ablenkungen im entgegengesetzten Sinne. Neben der Vergleichung von Licht aus dem monochromatischen Beleuchtungsapparat mit dem Heliumlicht wurde eine sehr sorgfältige Vergleichung mit der grünen Quecksilberlinie vorgenommen, da dieses Licht bei den absoluten Bestimmungen zur Anwendung kommen sollte.

Es war die Arbeit vieler Wochen erforderlich, um alle Fehlerquellen zu beseitigen und die beste Arbeitsmethode ausfindig zu machen. Als ein Beispiel für die aufgetretenen und überwundenen Schwierigkeiten möge das Folgende dienen. Wurde mit Licht aus dem monochromatischen Beleuchtungsapparat gearbeitet, dessen Wellenlänge denen der D-Linien sehr nahelag, so verschwanden die Streifen, bevor eine Verschiebung von mehr als einer oder zwei Streifenbreiten beobachtet werden konnte. Wir hatten gewöhnlich die Spiegel des Instrumentes so justiert, dass in den Fernrohren die Mitten der Streifensysteme gesehen wurden. Es stellte sich schliesslich heraus, dass das Verschwinden von der Dispersion des Dampfes herrührte, und wenn wir die Schraube des Instruments in dem Sinne drehten, dass die Länge des Luftweges vermehrt wurde, so traten die Streifen wieder auf. Die vorteilhafteste Arbeitsmethode war daher die, die Beobachtungen mit dem längsten Luftwege zu beginnen, bei dem die Streifen noch sichtbar waren; mit der Bildung des Natriumdampfes nahmen sie zuerst an Schärfe zu und verschwanden dann allmählich. Auf diese Weise war es möglich, eine doppelt so grosse Verschiebung zu erhalten als vorher. Wenn es sich als wünschenswert erweist, mit dichterem Dampf zu arbeiten, um die von dem entwickelten Wasserstoff herrührenden Fehler auszuschalten, so braucht man nur die Länge des Luftweges weiter zu vergrössern und weiter nach aussen im System zu arbeiten. Unter diesen Umständen sind die Streifen am Anfang und am Ende des Versuches unsichtbar und treten erst in die Erscheinung, wenn eine beträchtliche Menge Natriumdampf vorhanden ist. Dasselbe gilt in geringerem Grade auch für Heliumlicht; hier verschwinden die Streifen nach einer Verschiebung von ungefähr 200 Streifenbreiten. Vergrössert man die Länge des Luftweges, entweder, indem man die Schraube des Instruments dreht, oder durch Einschaltung von einer oder mehreren dicken planparallelen Glasplatten, so treten die Streifen wieder auf, und man kann die Zählung fortsetzen. Die letztere Methode wurde vorgezogen, weil man die Glasplatte im Augenblick einschalten kann, ohne die Zählung unterbrechen zu müssen. Dieses Hilfsmittel war nur bei den absoluten Bestimmungen mit Heliumlicht erforderlich, denn bei der Vergleichung erreichte der Dampf niemals eine solche Dichte, dass dadurch die Heliumstreifen zum Verschwinden gebracht worden wären.

Bestimmung der Dispersion in unmittelbarer Nachbarschaft der D-Linien.

Der ausserordentlich hohe Wert der Dispersion in der Nähe der Absorptionsbande macht es unmöglich, aus dem Spektrum hinreichend homogenes Licht auszusondern, um Interferenzstreifen zu erhalten, wenn auch nur eine sehr kleine Menge Natriumdampf in den Weg des Lichtes eingelassen ist. Es erwies sich als schwierig, befriedigende Werte zu erhalten mit Licht aus dem monochromatischen Beleuchtungsapparat, welches viel näher an D_3 ist als die Entfernung zwischen D_2 und D_3 beträgt; die Streifen werden dann verwischt, sobald die geringsten Spuren von Natriumdampf sich bilden. Es wurde daher eine abweichende Methode angewandt, welche ausgezeichnete Ergebnisse lieferte.

Es ist klar, dass, wenn man zur Beleuchtung des Interferometers Licht von zwei verschiedenen Wellenlängen anwendet, die Einführung des Metalldampfes die beiden Streifensysteme um verschiedene Beträge verschieben wird, und zwar werden die Streifen auftreten und verschwinden, je nachdem sie in gleicher oder entgegengesetzter Phase zusammentreffen. Werden beide Systeme nach der gleichen Seite abgelenkt, wie es der Fall ist, wenn beide Wellenlängen auf derselben Seite der Absorptionsbande liegen, so kann man die Dispersion messen, indem man die Anzahl der Streifen zählt, welche von einem Verschwinden bis zum nächstfolgenden durch den Faden des Fernrohres gehen. Findet man beispielsweise für diese Zahl 15, so weiss man, dass der eine Wellenzug um 15 Wellenlängen verlangsamt oder beschleunigt wird, unter denselben Umständen, die eine Verschiebung von 16 Streifen für den andern Wellenzug hervorbringen. Jede Unsicherheit über die Bewegung der Streifen während einer Periode geringster Sichtbarkeit wurde bei der angewandten Methode vermieden, wie sogleich ersichtlich werden wird.

Um die Dispersion nahe der D-Linien zu bestimmen, brauchen wir äusserst homogenes Licht von zwei verschiedenen Wellenlängen, welche eine enge Doppellinie an dem Punkte geben, bei welchem wir die Dispersion zu messen wünschen.

Dies wurde erreicht, indem wir die Strahlung einer Heliumlinie in ein Zeeman-Triplet zerlegten und die mittlere Komponente heraussonderten mittels eines Nicolschen Prismas, welches mit seiner Schwingungsebene senkrecht zu den Linien magnetischer Kraft angeordnet war. Es wurde ein grosser Ruhmkorff-Magnet mit einem Ampèremeter im Stromkreis verwandt; der Schlüssel zum Schliessen und Öffnen des Stromkreises war nahe am Beobachtungsfernrohr des Interferometers angebracht. Die Entfernung zwischen den Komponenten der doppelten Linie, welche erhalten wurde, wenn ein Strom von 30 Ampère durch den Magnetkreis ging, wurde zu $^1/_{23}$ der Entfernung zwi-

schen den Natriumlinien gefunden. Diese Bestimmung wurde mit Leichtigkeit ausgeführt, indem man die Anzahl von Umdrehungen der Interferometerschraube zählte, welche erforderlich waren, um den Durchgang der Streifen durch eine gegebene Zahl von Phasen grösster Sichtbarkeit hervorzubringen; die Methode ist die gewöhnlich im Laboratorium bei der Bestimmung der relativen Wellenlängen der Natriumlinien angewandte. Das Magnetfeld wurde nun abgestellt und die Temperatur der Heizspule allmählich gesteigert. Wenn sich Natriumdampf bildete, wurden die Streifen bei ihrem Durchgang durch das Gesichtsfeld gezählt. In häufigen Zwischenräumen wurde der Strom einen Bruchteil einer Sekunde lang durch den Magneten geschickt, und man sah dann, wie die Streifen nacheinander Phasen von Sichtbarkeit und Unsichtbarkeit durchliefen. Das augenblickliche Verschwinden, welches durch das Magnetfeld hervorgerufen wurde, störte die Zählung nicht, denn die Streifen bewegen sich langsam und mit der Regelmässigkeit eines Uhrwerks. Der genaue Moment, in welchem die Streifen verschwanden, konnte natürlich nicht mit absoluter Sicherheit bestimmt werden, denn sie blieben unsichtbar während einer Periode, wie sie von einer Verschiebung um mehrere Streifenbreiten beansprucht wird; es wurden aber durch Beobachtung von sechs- oder siebenmaligem aufeinanderfolgenden Verschwinden Werte erhalten, welche um nicht mehr als 2 oder 3 Proz. voneinander abwichen. Das Mittel aus einer Anzahl von Ablesungen zeigte, dass der Natriumdampf die beiden Streifengruppen im Verhältnis von 10,5 zu 11 verschob, d. h. Streifen, welche von der Wellenlänge 587487 gebildet werden, werden um 10,5 Streifenbreiten verschoben, während von der Wellenlänge 587513 gebildete um 11 Streifenbreiten verschoben werden. Diese Zahlen erscheinen auf den ersten Blick nicht sehr gewaltig, bis wir sie in prismatische Ablenkungen übersetzen. Ein Prisma mit derselben Dispersion, welches eine gesamte Ablenkung von nur 11^0 giebt, würde die beiden Komponenten des Zeeman-Triplets um einen halben Grad trennen, oder wenn wir ein Natriumdampfprisma konstruieren könnten von der gleichen Ablenkung wie ein Glasprisma von 60^0, so würden zwei Linien, welche im Spektrum 23 mal so eng zusammenliegen wie die *D*-Linien, durch einen grösseren Abstand voneinander getrennt werden, als die Entfernung zwischen dem Rot und dem Blaugrün in dem durch das Glasprisma gebildeten Spektrum beträgt.

Dieselbe Methode wurde angewandt zu einer Bestimmung der Dispersion zwischen den gelben Quecksilberlinien zu dem Zweck, eine Kontrolle zu erhalten für die Kurve, welche erhalten wurde durch Vergleichung der Verschiebungen der Heliumstreifen mit Streifen, welche durch Licht aus dem monochromatischen Beleuchtungsapparat gebildet wurden. Es war unmöglich, so genaue Daten zu bekommen, wie sie mit den Zeeman-Linien erhalten wurden, da Augenblicke vollständiger Unsichtbarkeit auftraten; es war indessen durch stetiges Zählen möglich, die wenigen Sekunden, während deren das Feld leer war, zu berechnen und eine gute Schätzung der relativen Verschiebungen zu erlangen. Es wurde eine Anzahl von Beobachtungen gemacht, deren Mittel 5 : 6 als das Verhältnis der Verschiebungen für die Wellenlängen 5770 und 5790 ergab. Diese Werte stimmten fast genau überein mit der Kurve, welche mit dem monochromatischen Beleuchtungsapparat und der Heliumröhre erhalten worden war.

Prismatische Bestimmung der Dispersion in unmittelbarer Nachbarschaft der *D*-Linien.

Wie schon gezeigt, können Prismen von ausgezeichneter Auflösungskraft gebildet werden durch Erhitzung metallischen Natriums in stark evakuierten Röhren aus hartem Glas. Bei meinen früheren Versuchen, bei denen das Metall in einer Wasserstoffatmosphäre erhitzt wurde, war die Auflösung nicht gut genug, um nahe und zwischen den *D*-Linien nach der Methode der gekreuzten Prismen eine glatte Kurve zu erhalten. Die Photographien in meiner ersten Arbeit, in denen die Dispersion zwischen den Linien gezeigt wird, wurden aufgenommen unter Anwendung einer prismatischen Wasserstoffflamme, welche aus einem Platinbrenner brannte und mit Natriumdampf beschickt wurde. Durch Verwendung von Vakuumröhren, welche durch sehr kleine Flammen erhitzt werden, können weit bessere Resultate erzielt und vollkommen glatte Kurven erhalten werden. Es wurden zwei verschiedene Methoden verwandt zur Bestimmung der Ablenkung, welche das Prisma für Wellenlängen nahe den *D*-Linien hervorbringt.

Ein rechteckiges Netz wurde mittels einer Rowlandschen Teilmaschine auf einer kleinen Glasplatte gezogen. Diese Platte wurde im Okular des Spektroskops angebracht, auf dessen Spalt das Bild eines horizontalen Spaltes nach der Dispersion durch die Natriumröhre entworfen wurde. Das Spektroskop war versehen mit einem Plangitter von 20000 Linien auf 1 Zoll, welches ein sehr glänzendes Spektrum zweiter Ordnung gab. Es fielen vier Felder des rechtwinkligen Gitters zwischen die *D*-Linien und neun Quadrate zwischen D_2 und D_3.

Es wurde die Temperatur in der Natriumröhre erhöht, und man beobachtete die relativen Ablenkungen in den verschiedenen Feldern des

Gitters. Das Licht in unmittelbarer Umgebung der D-Linien wurde vollständig aus dem Gesichtsfeld des Fernrohrs hinaus abgelenkt, bevor bei der Heliumlinie irgendwelche messbare Ablenkung auftrat. Bei einer Temperatur, bei welcher das Spektrum bei der Heliumlinie um die Breite eines Feldes abgelenkt wurde, waren die Wellenlängen zwischen den D-Linien und in dem Bereich von zwei Feldern zu beiden Seiten derselben durch Absorption verloren. Durch schrittweise bei verschiedenen Temperaturen vorgenommene Messungen war es möglich, einen sehr guten Begriff von der Dispersionskurve innerhalb dieses sehr engen Spektralbereichs zu erhalten. Das Aussehen des Spektrums auf diesem karierten Hintergrunde zeigt Fig. 4. Die Dispersion ist hier etwas grösser bei D_2 als bei D_1.

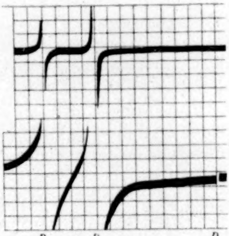


Fig. 4.

Es wurden Beobachtungen der Dispersion gemacht in einem Viertel Felde von D_2, d. h. in einer Entfernung von der Absorptionslinie gleich $^1/_{16}$ der Entfernung zwischen den D-Linien. Die Ablenkung an dieser Stelle wurde gleich 80 mal der Ablenkung der Heliumlinie berechnet. Numerieren wir die Linien des Netzes zwischen D_3 und D_2 von 1—9, so waren die Beobachtungen folgendermassen: Das Licht ganz nahe bei D_2 ($^1/_4$ Feld entfernt) zeigte sich deutlich über eine Entfernung von 7 Feldern nach unten verschoben bei einer Dichte des Dampfes, welche hinreichte, um das Spektrum bei der ersten Linie (= 5888,3) über ein Feld zu verschieben. Darauf wurde die Temperatur ein wenig gesteigert. Das Licht unmittelbar bei D_2 verschwand jetzt, teils infolge der Absorption, teils infolge Ablenkung aus dem Gesichtsfeld. Das Spektrum bei der ersten Linie wurde über drei Felder abgelenkt, das bei der zweiten Linie um ein Feld. Nun wurde die Temperatur erhöht, bis das Spektrum bei der neunten Linie um ein Feld abgelenkt wurde. Die Ablenkung betrug nun bei der zweiten Linie fünf, bei der dritten drei und bei der fünften zwei Felder.

Diese Ergebnisse für die verschiedenen Wellenlängen zwischen D_3 und D_2 werden in der folgenden Tabelle wiedergegeben.

	Ablenkungen
D 5875	1
5881,6	2
5885	3
5886,6	5
5888,3	12
5889 6	84

Diese Werte sind natürlich nur angenäherte, da die Felder mit der Annäherung an D_2 wachsen.

Aus diesen Resultaten kann man die Werte der Brechungsindices berechnen innerhalb dieses Gebietes für den sehr dichten Dampf, der bei den absoluten Bestimmungen verwandt wurde. Diese Werte sollen als „beobachtete" bezeichnet und mit den aus der Dispersionsformel für die entsprechenden Wellenlängen berechneten verglichen werden.

Ich habe schon von der enormen Dispersion bei der Heliumlinie gesprochen einer Dispersion, die gross genug ist, um ein Zeeman-Doublet um einen Betrag nahezu gleich der Breite des ganzen sichtbaren Spektrums eines Glasprismas von 60° zu trennen, vorausgesetzt, dass man ein Natriumdampfprisma von gleicher mittlerer Ablenkung konstruieren und das zu untersuchende Licht hindurchgehen lassen könnte. So gross diese Dispersion auch sein mag, so ist sie doch nichts im Vergleich zu derjenigen in etwa einer Ångström-Einheit von einer der D-Linien, wie ein Blick auf obige Tabelle zeigt.

Optische Beobachtungen der Dispersion im sichtbaren Spektrum nach der Methode der gekreuzten Prismen.

Als Kontrolle zu den mit dem Interferometer erhaltenen Resultaten wurde eine Reihe von Dispersionsmessungen nach der Methode der gekreuzten Prismen ausgeführt. Die Methode war identisch mit der in meiner früheren Arbeit beschriebenen, nur wurde das Metall in einer stark evakuierten Röhre aus hartem Jenenser Glas erhitzt, anstatt in einer mit Wasserstoff gefüllten Röhre. Diese Röhren können leicht hergerichtet werden und bieten absolut keine Schwierigkeiten. Sie springen indessen leicht beim Wiedererhitzen nach einer Abkühlung. Es ist nicht nötig, das Natrium in getrennten kleinen Stücken zu haben. Der Vorgang ist nämlich nicht der, dass sich eine Anzahl von Natriumdampfprismen bildet, sondern es entsteht ein Dampfcylinder, dessen Dichte längs der erhitzten Grundfläche der Röhre sehr gross ist und nach oben hin bis nahe zu Null hin abnimmt. Wenn die Herstellung einer Röhre für Demonstrationszwecke wünschenswert erscheint,

ist eine Röhre aus dünnem Stahl vorzuziehen, da solche immer wieder benutzt werden kann. In diesem Falle ist es notwendig, eine dicke Lage von Asbestpappe längs des oberen Endes der Röhre anzubringen, da die gleichmässigere Erwärmung infolge der besseren Leitfähigkeit des Stahles der Bildung inhomogener Dampfcylinder nachteilig ist, welche nur dann eintritt, wenn der Temperaturgradient vom unteren zum oberen Röhrenende hin sehr steil verläuft. Die Glasplatten an den Enden werden mit Siegellack befestigt, wobei man ein kleines Glasrohr ansiegelt, wie ich es in meiner früheren Arbeit beschrieben habe, durch welches die Luft ausgepumpt wird. (Siehe Fig. 5.)

Fig. 5.

Eine ausführliche Beschreibung des Apparates habe ich in meiner ersten Arbeit gegeben. Er besteht kurz aus einem horizontalen Spalt, auf dem der Krater einer Bogenlampe abgebildet wird. Steht eine Nernstlampe zur Verfügung, so kann man sie vorteilhaft statt des beleuchteten Spaltes verwenden, indem man den Glühkörper horizontal anbringt. Das Licht vom Spalt wird durch eine Linse parallel gemacht, geht durch die Natriumröhre und wird durch eine zweite Linse auf den Spalt eines kleinen Spektrometers konzentriert. Es ist fast ebensogut, eine einzige Linse zu verwenden, welche die Strahlen konvergent macht und so durch die Dispersionsröhre gehen lässt. (Siehe Fig. 6.)

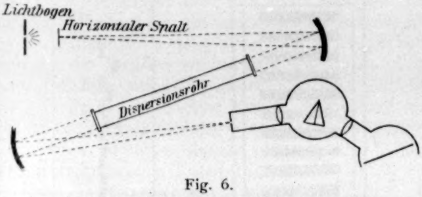


Fig. 6.

Wünscht man, das anomale Spektrum zu zeigen, so setzt man an Stelle des Spektroskops ein schwaches Okular ein.

Numerische Ergebnisse.

Die nach den drei Methoden erhaltenen Zahlen werden in der zweiten Kolumne der Tabelle in dem späteren Abschnitt über „Brechung und Dispersion von Natriumdampf von grosser Dichte" wiedergegeben werden. Der Gleichmässigkeit wegen sind sie alle auf dieselbe Einheit zurückgeführt worden; als solche wurde eine Verschiebung von 100 Heliumstreifen (D_3) angenommen. Eine Wellenlänge, deren relative Verschiebung gegenüber dem Heliumlicht der Interferometerstreifen als 1 : 4 gefunden wurde, ist in die Tabelle als 25 eingetragen.

Das Verschiebungsverhältnis für die grüne Quecksilberlinie, bezogen auf Helium, wurde als 1 : 25 gefunden. Die Wellenlänge dieses Lichtes ist daher in der Tabelle durch die Zahl 4 dargestellt; das bedeutet, dass ein Prisma von Natriumdampf, welches eine Ablenkung 4 für grünes Quecksilberlicht hervorbringt, eine Ablenkung 100 für Heliumlicht giebt. Die nach der Methode der gekreuzten Prismen (sowohl bei direkter Beobachtung als auch photographisch) erhaltenen Resultate wurden auf denselben Massstab reduziert durch Vergleichung mit dem für die grüne Quecksilberlinie gefundenen Werte. Dies erwies sich als notwendig, denn wenn man Dampf von hinreichender Dichte benutzt, um im blauen und violetten Gebiet eine messbare Ablenkung zu erzielen, so absorbiert derselbe das von der Heliumlinie eingenommene Spektralgebiet fast vollständig. Die Werte, welche mittels des Zeeman-Doublets und der beiden gelben Quecksilberlinien nach der Koinzidenzenmethode erhalten wurden, sind in der Tabelle nicht mit aufgeführt. Diese Werte waren nur relative, d. h. sie waren weder auf Heliumlicht noch auf irgendeine andere Wellenlängeneinheit bezogen. Daher war es erforderlich, einer der Wellenlängen einen Verschiebungswert beizulegen, welcher der nach den Ergebnissen der anderen Methoden entworfenen Kurve entnommen wurde, und danach dann die Verschiebung der übrigen Wellenlängen zu berechnen. So war z. B. für den Fall der gelben Quecksilberlinien von den Wellenlängen 577 und 579 das aus der Koinzidenzenmethode erhaltene Verschiebungsverhältnis 5 : 6. Die Verschiebung von 577 wurde aus der Kurve zu 14 gefunden, d. h. 14 dieser Streifen gegen 100 des Heliums. Die Verschiebung der Wellenlänge 579 bezogen auf Helium wird durch die Proportion $5:6 = 14:x$ gegeben, woraus wir erhalten $x = 16{,}8$, einen Wert, der genau in die mit dem Interferometer erhaltene Kurve fällt.

Dasselbe geschah mit den Werten, welche durch Auflösung der Heliumlinie in ein Zeeman-Doublet erhalten wurden, 11 Streifen für $\lambda = 587487$, 11,5 Streifen für $\lambda = 587513$. Die Werte für das zwischen der Heliumlinie und D_2 eingeschlossene Wellenlängengebiet wurden nach der Methode der gekreuzten Prismen bestimmt und die Messungen mit dem rechteckigen Netz im Brennpunkt ausgeführt. Für Licht von einer Wellenlänge mitten zwischen D_3 und D_2 ist die Ablenkung doppelt so gross wie für D_3;

demgemäss tragen wir diese Wellenlänge mit 200 in die Tabelle ein.

Die ultraviolette Dispersion.

Eine qualitative Untersuchung der Dispersion im Ultraviolett wurde zunächst nach der Methode der gekreuzten Prismen ausgeführt.

Eine Röhre aus hartem Jenenser Glas, 40 cm lang und mit 1,5 cm innerem Durchmesser, wurde mit Endplatten aus Quarz versehen, mit Natrium beschickt und ausgepumpt. Die Anordnung des Apparates ist aus Fig. 6 ersichtlich.

Da die Methode auf der Bildung eines scharfen Bildes eines hell leuchtenden horizontalen Spaltes auf dem vertikalen Spalt des Spektrographen beruht, so konnten Quarzlinsen wegen ihrer chromatischen Aberration nicht verwandt werden. Konkave Silberspiegel sind von diesem Fehler frei, haben aber im ultravioletten Gebiet abnorm geringes Reflexionsvermögen. Dennoch wurden mit ihnen bei den Vorversuchen sehr befriedigende Photographien erhalten, indessen wurden sie späterhin durch Magnaliumreflektoren ersetzt. Das Licht des Kraters einer Bogenlampe wurde auf den horizontalen Spalt fokussiert und mittels eines der Konkavspiegel kollimiert. Es ging dann durch die Natriumröhre und wurde darauf durch einen zweiten Spiegel auf den Spalt eines Quarzspektrographen konzentriert. Die Röhre wurde durch eine Reihe kleiner Bunsenbrenner erhitzt, und sobald ein kontinuierlicher Zustand erreicht war — was durch Beobachtung der gekrümmten Zweige des Spektrums mittels eines Okulars festgestellt werden konnte —, wurde die photographische Platte eingeschaltet und exponiert. Wegen des geringen Reflexionsvermögens des Silbers war das ultraviolette Gebiet etwas unterexponiert. Die Krümmung des Spektrums in der unmittelbaren Nachbarschaft der ersten beiden ultravioletten Linien der Hauptserie war indessen sehr ausgeprägt. Die mittels des kleinen Quarzspektrographen erhaltenen Platten sind zu klein, um gute Reproduktionen zu liefern, zumal die Dichte in dem interessantesten Gebiet nicht sehr gross ist; aus diesem Grunde erschien es besser, Zeichnungen nach ihnen anzufertigen. Das allgemeine Aussehen des photographierten Spektrums ist aus Fig. 2 zu ersehen, welche ungefähr zweifach vergrössert ist. Es ist augenscheinlich, dass der Einfluss dieser Linien auf die Brechung des Mediums vernachlässigt werden kann, ausgenommen in ihrer unmittelbaren Nachbarschaft.

Platten, welche in der beschriebenen Weise erhalten wurden, waren für Messzwecke nutzlos, da auf denselben die Lage des Spektrums vor seiner Ablenkung durch das Natriumprisma nicht aufgezeichnet ist.

Da die Verschiebung im äussersten Ultrarot sehr gering ist, so würden in diesem Gebiet, selbst bei sehr schmalem Spektrum, die beiden Bilder übereinander greifen. Um diese Schwierigkeit zu überwinden, wurde die folgende Methode ausgearbeitet. An dem Plattenhalter wurde ein Schieber befestigt, welcher von einer Anzahl je ungefähr 2 mm breiter Spalte durchsetzt war, und zwar war die Breite der festen Zwischenräume die gleiche wie die der Spalte. Dieser Schieber wurde während der Expositionen in dem Plattenhalter belassen und blendete das Spektrum in regelmässigen Zwischenräumen ab. Um grössere Ablenkungen zu erhalten, wurde eine 80 cm lange Röhre aus Jenenser Glas angewandt. Sie wurde in einem Verbrennungsofen erhitzt, dessen Brenner niedrig gestellt waren, und zwar erhielt man die besten Ergebnisse, wenn die Spitzen der Flammen die Röhre nur teilweise umhüllten.

Wenn die obere Seite der Röhre im Verbrennungsofen zu voller Rotglut erhitzt worden war, wurde die photographische Platte mit dem vorgeschalteten geschlitzten Schieber exponiert. Das anomal dispergierte Spektrum wurde so in kleine Abschnitte zerlegt, welche den Spalten im Schieber entsprechen. Darauf liess man die Röhre sich abkühlen, zog den Schieber um die Breite eines Spaltes heraus und machte eine zweite Exposition, welche nun die Lage des unabgelenkten Spektrums wiedergab. Eine Zeichnung des Plattenhalters mit seinem durchlochten Schieber und eine solche des abgelenkten und des unabgelenkten Spektrums, welche mit demselben erhalten wurde, sind in Fig. 7 und Fig. 8 zu sehen.

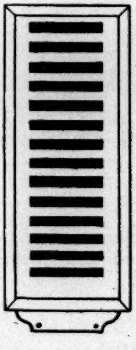


Fig. 7.

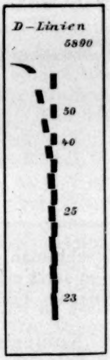


Fig. 8.

Absolute Bestimmungen der Brechungsindices.

Die Ablenkungen der Lichtstrahlen durch die inhomogenen Natriumdampfcylinder, welche

in ausgepumpten Röhren gebildet werden, geben uns kein Mass für die absoluten Brechungsindices aus dem Grunde, weil wir kein Mittel haben, um den Winkel des äquivalenten Prismas zu bestimmen. Es wurden verschiedene Methoden versucht, um einer Dampfmasse von gleichmässiger Dichte eine prismatische Form zu geben. Keine derselben erwies sich als befriedigend, und bis die Entdeckung gemacht wurde, dass sich in einer evakuierten Röhre ein ziemlich gleichmässiger Dampfcylinder bilden liesse, konnte der absolute Wert des Brechungsindex für eine gegebene Wellenlänge nur geschätzt werden.

Die mittels des Interferometers erhaltenen Ergebnisse über die Dispersion zeigten, dass sich nach dieser Methode aller Wahrscheinlichkeit nach Resultate erhalten liessen, die innerhalb 5 Proz. genau sind.

Die Dichte des Natriumdampfes ist von Jewett[1]) bei verschiedenen Temperaturen im Gebiet zwischen 368 und 420 untersucht worden. Demgemäss entschloss ich mich, die Temperatur des Dampfes als ein Mass für seine Dichte anzunehmen.

Es wurde ein Thermoelement aus Eisen- und Konstantandraht dadurch hergestellt, dass man die Enden zweier Drähte zusammenhielt, welche beide mit einer Akkumulatorenbatterie verbunden waren, welche eine elektromotorische Kraft von etwa 20 Volt lieferte. Der andere Draht der Batterie wurde dann einen Augenblick mit den Enden der beiden Drähte in Berührung gebracht, und der kleine Bogen, welcher sich bei der Trennung bildete, schmolz dieselben sehr sauber zusammen. Ich entsinne mich nicht, diese Methode zur Anfertigung von Thermoelementen beschrieben gesehen zu haben, und habe sie daher hier erwähnt, weil ich gefunden habe, dass sie sehr befriedigende Ergebnisse liefert. Das geschmolzene Tröpfchen, welches die Drähte verbindet, wurde dann zu einer Scheibe ausgehämmert und die Verbindungsstelle in der Achse der Natriumröhre angebracht unter Isolierung der Drähte in dünnen Glasröhren, welche durch eine weitere Röhre hindurchgingen, wie aus Fig. 5 ersichtlich ist.

Das Thermoelement wurde kalibriert in Bädern von geschmolzenem Blei, Zink, Zinn und Aluminium, und zwar vor und nach dem Versuch. Die Bestimmungen bei niederen Temperaturen und Dichten wurden mit dem Licht der Heliumröhre ausgeführt, diejenigen bei hohen Temperaturen mit dem grünen Licht einer Quecksilberröhre. Dies erwies sich als notwendig, denn eine Masse sehr dichten Natriumdampfes absorbiert nicht nur Heliumlicht stark, sondern macht auch noch wegen seiner hohen Dispersion die Streifen unsichtbar, indem die verschiedenen Wellenlängen in der D_3-Linie (welche natürlich eine endliche Breite hat) um verschiedene Beträge verschoben werden.

Ich hoffe, in allernächster Zeit die thatsächliche Dichte unter den Bedingungen des Versuches zu bestimmen.

Um übereinstimmende Resultate zu erhalten, erwies es sich als notwendig, die Röhre sehr allmählich zu erwärmen, um dem Thermoelement Zeit zu lassen, die Temperatur des Dampfes anzunehmen. Ein Beobachter beobachtete die Skala des Galvanometers, der andere zählte die Streifen, während die Röhre erhitzt oder abgekühlt wurde. Die Heliumstreifen verschwanden, nachdem eine Verschiebung von etwas über hundert Streifenbreiten erfolgt war, aber durch Einschaltung einer planparallelen Glasplatte in den Luftweg des Interferometers konnten sie wieder sichtbar gemacht und die Zählung fortgesetzt werden. Auf diese Weise haben wir es ermöglicht, Verschiebungen bis zu 400 Streifenbreiten zu beobachten. Über diesen Punkt hinaus kann man mit dem Heliumlicht unmöglich gelangen, denn die Komponenten des Heliumlichtes werden durch die Dispersion des Dampfes zu weit auseinander gelegt, um durch weiteres Fortschreiten im Streifensystem vereinigt werden zu können. Um die Beobachtungen auf höhere Temperaturen und grössere Dichte des Dampfes auszudehnen, wandten wir die grüne Strahlung einer Quecksilberröhre an; mit dieser beobachteten wir Streifenverschiebungen bis zu 100 Streifenbreiten, was einer Verschiebung von 2500 Heliumstreifen entspricht. Auf diese Weise ist es uns möglich gewesen, Messungen der optischen Dichte des Dampfes unter den angeführten Bedingungen zu erhalten von einer Temperatur von 280^0, bei welcher die Streifen sich zu bewegen anfingen, bis zu einer solchen von über 650^0, bei welcher der dichte Dampf leuchtend wurde, so dass es schien, als sei der ganze Abschnitt der Röhre von dunkelroter Glut erfüllt. Zeichnet man die Streifenverschiebungen als Abszissen und die Temperaturen als Koordinaten auf, so erhält man Kurven von ähnlicher Form wie die von Jewett erhaltene Dichtigkeitskurve.

Die Beobachtungen erstreckten sich über mehrere Wochen, während welcher zahlreiche Röhren, sowohl aus Stahl als auch aus Glas, gebraucht wurden. Die Länge des erhitzten Stückes wurde variiert und die verschiedenen Beobachtungsreihen verglichen. Der grösste Teil dieser Arbeit diente nur dazu, die Fehlerquellen ausfindig zu machen und zu beseitigen. Die endgültige Beobachtungsreihe, welche wir für die beste hielten, wurde mit einer Röhre aus Jenenser Glas ausgeführt, bei der die Länge

1) Phil Mag. **4**, 551, 1902.

des erhitzten Stückes 8 cm betrug. Die Verzögerung, oder vielmehr die Beschleunigung — denn wir arbeiten mit Licht auf der blauen Seite der Absorptionsbande — wird von einer Säule von 16 cm Länge hervorgebracht, da ja der interferierende Strahl die Röhre zweimal durchläuft. Aus den in dieser Tabelle angeführten Daten kann man den Brechungsindex des Dampfes sowohl für Heliumlicht als auch für die grüne Quecksilberstrahlung für jede Temperatur berechnen nach der Formel

$$n = 1 \pm \frac{m\lambda}{\varepsilon},$$

wo das positive oder das negative Vorzeichen zu nehmen ist, je nach dem Sinne der Verschiebung, und wo m die Streifenverschiebung und ε die Länge der Säule (16 cm) ist.

Temperatur	Streifenverschiebung Helium $\lambda = 5875$	Streifenverschiebung Quecksilber $\lambda = 546$
274	1	
282	2	
314	3	
334	4	
348	5	
360	6	
376	8	
389	9	
396	11	
408	14	
438	25	1
452	35	
474	50	2
496	77	3
508	98	4
518		6
540		10
560		14
584		19
595		23
608		32
628		38
644		50
650		55

Die Brechung und Dispersion von Natriumdampf von grosser Dichte.

Eine Kenntnis des absoluten Wertes des Brechungsindex des Dampfes gestattet uns die Aufstellung einer Tabelle der Brechungsindices für alle Wellenlängen für Dämpfe von verschiedener Dichte. Dies ist geschehen für den sehr dichten Dampf, den man erhält durch Erhitzung der das Metall enthaltenden Vakuumröhre auf eine Temperatur von 644° C. Eine Säule des Dampfes bei dieser Temperatur von 8 cm Länge zeigt, im durchfallenden Lichte beobachtet, eine deutliche blaue Färbung, eine Folge des kannellierten Absorptionsspektrums.

Brechungsindices in der Nachbarschaft der D-Linien.

λ	n berechnet	n beobachtet
5875	0,9958	0,9954
5882	0,9890	0,9908
5885	0,9830	0,9860
58866	0,9750	0,9770
58884	0,9450	0,9443
58896	0,697	0,614
5991	1,0046	
5904	1,0092	
5901	1,0138	
58994	1,0184	
58976	1,0557	
5897	1,094	
58964	1,386	

Die Werte sind in der folgenden Tabelle angegeben und sollen im folgenden als „beobachtete Werte" bezeichnet werden zum Unterschiede von den aus der Dispersionsformel berechneten Werten. Es muss erwähnt werden, dass Natriumdampf von solcher Dichte wie derjenige, mit dem wir es im vorliegenden Falle zu thun haben, bei den D-Linien eine Absorptionsbande hat, welche breit genug ist, alles bis zu der Heliumlinie und noch darüber hinaus vollständig auszulöschen, wenigstens bei allen Schichtdicken, mit denen es möglich ist, zu arbeiten. Aus diesem Grunde sind wir gezwungen, die Brechungsindices innerhalb dieses Gebietes aus Beobachtungen zu berechnen, welche mit weniger dichtem Dampfe angestellt worden sind, eine Methode, welche hier wahrscheinlich innerhalb gewisser Grenzen zulässig ist. Eine hinreichend dünne Schicht des Dampfes würde wahrscheinlich Licht in diesem Gebiet durchlassen mit einer Geschwindigkeit, wie sie durch die berechneten Indices angegeben wird. Die Frage nach der selektiven Reflexion an der Oberfläche und nach der Undurchlässigkeit für die Strahlung soll alsbald behandelt werden.

In der folgenden Tabelle sind in der ersten Kolumne die Wellenlängen aufgeführt, in der zweiten Kolumne die Streifenverschiebungen verglichen mit Heliumlicht. Diese Werte, mit Ausnahme derjenigen für das äusserste Rot, Blau, Violett und Ultraviolett, sind mittels des Interferometers erhalten worden.

In der dritten Kolumne sind die tatsächlichen Streifenverschiebungen angegeben, welche man für eine Schichtdicke des Dampfes von 8 cm (wirksame Schichtdicke 16 cm) finden würde, und in der vierten Kolumne die Brechungsindices. Die nach der Dispersionsformel berechneten Indices sind in der fünften Kolumne aufgeführt zum Vergleich mit den beobachteten Werten. Näheres soll im nächsten Abschnitt gesagt werden.

λ	Relative Verschiebung	Totale Verschiebung	Brechungsindex beobachtet	Brechungsindex berechnet
7500	2	25	1,000117	
6310	4	50	1,000197	
6200	6	75	1,000291	1,000285
6137	7	88	1,000335	
6055	11	138	1,000523	1,00052
6013	14	175	1,000658	
5977	20	250	1,000934	
5960	25	313	1,001164	
5942	33	413	1,001532	
5916	60	750	1,002972	
5875	100	1250	0,995410	0,9958
5867	67	834	0,996929	0,99692
5858	50	625	0,997711	
5850	40	500	0,998172	0,99815
5843	33	413	0,998492	
5827	25	313	0,998862	
5807	20	250	0,999093	
5750	11	138	0,999505	
5700	9	113	0,999599	
5650	7,4	92	0,999650	
5460	4	50	0,9998294	0,999829
5400	3,6	45	0,9998481	
5300	2,9	36	0,9998807	0,999885
4500	1,4	17,5	0,9999508	0,999965
3610	1,09	13,6	0,9999698	
3270	0,9	11,4	0,9999768	0,999987
2260	0,7	8,7	0,9999877	0,999995

Für $\lambda = \infty$ berechnet sich der Wert von n zu 1,0000275, während er für $\lambda = 4167$ sich als 0,999975 ergiebt; dabei sind die Ablenkungen in beiden Fällen dieselben, aber nach entgegengesetzten Richtungen.

Anwendung der Resultate auf die Dispersionsformel.

Die einfachste Form der Dispersionsformel, wie sie sich aus elektromagnetischen Betrachtungen für ein Medium mit einer einzigen Absorptionsbande ergiebt, ist

$$n^2 = 1 + \frac{m\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_m{}^2},$$

wo m eine Konstante, λ die Wellenlänge des angewandten Lichtes und λ_m die Wellenlänge im Centrum der Absorptionsbande ist.

Der Natriumdampf hat nun ein Paar sehr naher Absorptionsbanden (die D-Linien), welche hauptsächlich die Veränderung der Brechung des Mediums bewirken. Wie schon erwähnt, beeinflussen die ultravioletten Banden die Dispersion in ihrer unmittelbaren Nachbarschaft, aber ihr Einfluss kann vernachlässigt werden gegenüber dem der stärkeren Bande, ausgenommen für Wellenlängen, welche ihnen ganz nahe liegen.

Die erste zu erwägende Frage ist die, ob wir berechtigt sind, die D-Linien im Falle des sehr dichten Dampfes als eine einzige Absorptionsbande anzusehen. Nehmen wir an, das Medium habe nur eine einzige Bande, und geben wir λ_m den Wert 5893 (welcher mitten zwischen den D-Linien liegt), so werden wir eine sehr enge Übereinstimmung zwischen den beobachteten und den berechneten Werten des Brechungsindex finden bis zu einer Entfernung von der Bande, welche etwa dem Abstande von der D_3-Linie des Heliums gleich kommt. Versuchen wir, näher zu gehen, so finden wir sofort Abweichungen, welche bei weiterer Annäherung an die D-Linien grösser werden.

Die Konstante m in obiger Formel kann aus einer einzigen Beobachtung der Brechung bestimmt werden. Sie wurde aus zwei Werten bestimmt, und zwar aus der Brechung für die grüne Quecksilberlinie ($\lambda = 546$) und aus der für $\lambda = 585$, welch letztere Wellenlänge ganz nahe an den D-Linien liegt. Da die Brechung für diese beiden Wellenlängen sehr verschiedene Werte besitzt, so mussten wir erwarten, dass der Unterschied zwischen den beiden berechneten Werten in diesem Falle ein Maximum werden wird, falls die Dispersion durch die Formel ungenau dargestellt wird. Die Werte für m, welche in den beiden Fällen gefunden wurden, sind 0,000056 und 0,000054; die Übereinstimmung ist also überraschend gut. Wir nahmen den Mittelwert $m = 0,000055$ und berechneten mit diesem die Indices für eine Anzahl von Wellenlängen. Einige dieser Werte sind in der Tabelle der Brechungsindices angeführt, und man wird finden, dass sie mit den beobachteten Werten eine sehr enge Übereinstimmung zeigen. Die für Wellenlängen zwischen der Heliumlinie und den D-Linien berechneten Werte finden sich im zweiten Teile der Tabelle.

Eine Betrachtung der Formel zeigt uns, dass der Brechungsindex, je nachdem wir uns auf der roten oder der blauen Seite der Absorptionsbande befinden, gegeben wird durch Addition oder Subtraktion einer Grösse zu bezw. von der Einheit, und zwar der Konstanten $m = 0,000055$ multipliziert mit dem Bruch

$$\frac{\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_m{}^2}.$$

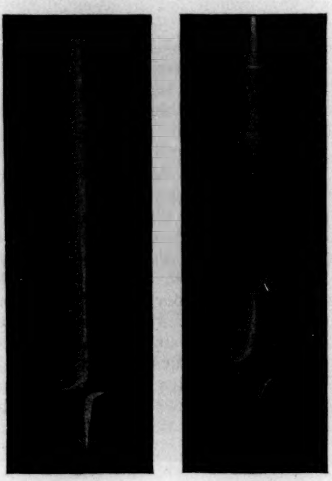
Für alle anderen Substanzen mit anomaler Dispersion, beispielsweise für Anilinfarben, auf welche die Dispersionsformel angewendet worden ist, überschreitet der Wert dieses Bruches niemals 3 oder 4 wegen der Unmöglichkeit, die Formel auf Wellenlängen anzuwenden, welche sehr nahe dem Centrum der Bande liegen. Beispielsweise kann man für den Fall der Dispersion des Nitrosodimethylanilins, welches eine starke Absorptionsbande bei $\lambda = 43$ hat, keine genauen Werte näher als für $\lambda = 50$ erhalten. In diesem Falle ist

$$\frac{\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_m{}^2} = 3{,}9.$$

Für den Fall des Natriumdampfes kann der Wert des Bruches mehrere Hundert oder gar Tausend betragen. Im Falle von $\lambda = 5882$ ist

der Bruch 367, und trotzdem stimmen die beobachteten und die berechneten Werte eng überein. Für $\lambda = 5888{,}4$ ist der Bruch 1940, und für $\lambda = 5889{,}6$ haben wir einen Wert vom Betrage 3944. Das Produkt aus diesen sehr grossen Zahlen und dem kleinen Bruch 0,000055 giebt indessen Werte des Brechungsindex, welche in enger Übereinstimmung mit den beobachteten Werten stehen.

In unmittelbarer Nachbarschaft der D-Linien treten Abweichungen auf, welche auf folgende Weise erklärt werden können. Um mit den beobachteten Werten einigermassen übereinstimmende Werte zu erhalten, war es nötig, der Grösse λ_m den Wert der D_2-Linie beizulegen, denn der mittlere Wert 5893 war zu weit von den in Frage stehenden Wellenlängen entfernt, um der Kurve die erforderliche Steilheit zu geben. Die berechneten Werte beziehen sich daher auf ein Medium mit einer einzigen Bande bei D_2 und mit einer Konstanten $m = 0{,}000055$. Das liefert uns eine ziemlich gute Annäherung an die beobachtete Kurve, aber die letztere rührt her von den kombinierten Einflüssen der Banden D_1 und D_2, und zwar sucht die D_1-Bande durch ihre Gegenwart die beobachtete Kurve flacher zu machen als die berechnete. Eine genauere Übereinstimmung könnte man erreichen, wenn man λ_m einen Wert zwischen D_2 und 5893 beilegte. Die richtige Methode, vorzugehen, würde natürlich die sein, in der Dispersionsformel zwei Glieder zu verwenden, eines für D_1 und das andere für D_2, also:



$$n^2 = 1 + \frac{m\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_m^2} + \frac{m'\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_m^2}.$$

Wenn man jeder der Grössen m und m' denselben Wert beilegen würde, den man erhielte, wenn man unseren ursprünglichen Wert durch 2 teilte, so würde man aller Wahrscheinlichkeit nach in dem fraglichen Gebiete eine sehr enge Übereinstimmung erhalten. Das ist indessen aus zwei Gründen nicht geschehen. In erster Linie scheint es nicht, als ob wir durch dieses Verfahren viel gewinnen würden, und zweitens sind m und m' nicht gleich, wie aus der stärkeren Dispersion bei D_2 hervorgeht, und wir sind nicht in der Lage, die zweigliederige Formel genau zu schreiben, ehe nicht die relativen Werte bestimmt worden sind. Es ist zweifelhaft, ob solche Bestimmung zu irgend etwas Neuem führen würde, und aus diesem Grunde wurde sie nicht unternommen.

Ein anderer Punkt von wesentlichem Interesse ist die Frage nach den Indices, welche in unmittelbarer Nachbarschaft der Absorptionsbande auf der blauen Seite derselben durch die Quadratwurzel einer negativen Grösse dargestellt werden. Lord Kelvin legt die Frage so aus, als würde dadurch angezeigt, dass kein Licht von solcher Wellenlänge in das Medium eindringe, mit anderen Worten, dass es metallisch reflektiert werde.

Auf diese Weise hat er die scheinbare grössere Verbreiterung der D-Linie auf der brechbareren Seite auf einigen Photographien von Becquerel erklärt. In dem Falle, um den es sich für uns handelt, wird das zweite Glied unserer ursprünglichen Formel erst dann kleiner als die Einheit, wenn wir die Wellenlänge 58898 erreichen, die wir erhalten, wenn wir

$$\frac{m\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_m^2}$$

gleich 1 setzen und die Gleichung nach λ auflösen.

Diese Überlegung zeigt uns, dass wir selbst mit einem Dampf von solcher Dichte, dass die beiden D-Linien ineinanderlaufen und sich zu einer breiten Bande ausdehnen, imaginäre Werte des Index nicht erhalten, ehe wir uns nicht bis auf 0,2 Ångström-Einheiten der D-Linie nähern, oder mit anderen Worten, solange wir in einer Entfernung von der D-Linie bleiben, gleich $^1/_{30}$ des Abstandes zwischen D_1 und D_2.

Im Falle des verhältnismässig dünnen Dampfes, wie ihn Becquerel verwandt hat, müssten wir noch weit näher herangehen, um imaginäre Werte zu erhalten. Das lässt es als sicher erscheinen, dass die grössere Verbreiterung nach der brechbareren Seite hin, sofern sie besteht, irgendeiner anderen Ursache zugeschrieben werden muss als imaginären Werten des Brechungsindex.

Das Medium ist dadurch ganz besonders interessant, dass seine Dispersion durch das

ganze Wellenlängengebiet dargestellt werden kann, ohne dass der Extinktionskoeffizient in Rechnung gezogen werden müsste, wie das immer erforderlich ist bei festen Körpern und Flüssigkeiten in der Nachbarschaft der Absorptionsbande.

Die Frage der selektiven Reflexion des Natriumdampfes.

Der Natriumdampf muss starke selektive Reflexion zeigen in der Nachbarschaft der *D*-Linien, gerade wie die Anilinfarben metallisches Reflexionsvermögen für Licht gewisser Wellenlängen besitzen. Aus naheliegenden Gründen muss der Dampf sehr dicht sein, wenn die Erscheinung experimentell nachgewiesen werden soll. Er muss ausserdem plötzlich in einer ebenen Oberfläche enden. Das kann man nur dadurch erreichen, dass man ihn in geschlossene Gefässe aus irgendeinem durchsichtigen Material einschliesst, denn in einer Vakuumröhre hat man einen allmählichen Übergang von dichtem zu dünnem Dampf an der freien Oberfläche. Ich halte mich für berechtigt, im vorliegenden Falle von der freien Oberfläche eines Gases in einer Vakuumröhre zu sprechen. Eine genauere Definition der scheinbaren Oberfläche mag eine isothermale Fläche sein, auf deren einer Seite wir Natriumdampf und auf der anderen Natriumnebel haben. Wir können kaum erwarten, irgendwelche Spur von Reflexion an solcher Fläche zu erhalten, denn dazu muss der Übergang vom dichteren zum dünneren Medium ein plötzlicher sein. Schliessen wir den Dampf in Glasgefässe ein, so stossen wir sogleich auf viele Schwierigkeiten. Das Glas wird sofort angegriffen und verfärbt, und wir erhalten die Reflexion an den Glasoberflächen. Indessen machten wir einen Versuch, die Erscheinung auf folgende Weise zu beobachten. Eine kleine Menge des Metalls wurde in eine stark evakuierte Hartglaskugel eingesiegelt. Die Kugel wurde in ein kleines Luftbad aus Eisenblech gebracht, welches sehr schnell zur Rotglut erhitzt werden konnte.

Die Reflexion des Glühkörpers einer Nernstlampe an der inneren und äusseren Oberfläche der Kugel wurde durch ein grosses geradsichtiges Prisma beobachtet. Man sah die beiden kleinen Lichtpunkte in Spektren ausgezogen, und es war zu hoffen, dass irgendeine Spur selektiver Reflexion in der Nachbarschaft der *D*-Linien sich durch einen Wechsel in den relativen Intensitäten der beiden Spektren an der fraglichen Stelle zeigen würde. Die Kugel wurde sehr schnell erhitzt, aber keine endgültige Beobachtung gemacht. Das Glas verfärbte sich so schnell, dass der dichteste Dampf nicht untersucht werden konnte. In einem Falle glaubte ich, dass ein leichtes Aufleuchten im Gelb auftrat, und ich will den Gegenstand weiter verfolgen. Möglicherweise werden wir in der Lage sein, die gewünschten Ergebnisse zu erhalten, wenn wir Licht verwenden, welches in einer solchen Ebene polarisiert ist, dass seine Reflexion an Glasoberflächen ausgeschlossen ist. Das Phänomen ist zweifellos innig verknüpft mit der Fluoreszenz des Dampfes. Bei der Untersuchung dieses Phänomens mit sehr dichten Dämpfen wurde ich zu dem Schluss geführt, dass die Beleuchtung des Dampfes mit Licht von der Wellenlänge der *D*-Linien keine Fluoreszenz hervorrief. Wiedemann und Schmidt beobachteten im Falle von Dampf, der in Glaskugeln eingeschlossen war, eine helle Bande im Fluoreszenzspektrum, welche mit den *D*-Linien zusammenzufallen schien. Die gleiche Erscheinung beobachtete ich später unabhängig, doch sah ich mich bei Fortsetzung der Untersuchung über diesen Gegenstand gezwungen, das Vorhandensein dieser Bande im Gelb auf die Gegenwart von Natrium in der Flamme zurückzuführen, welche die Kugel erhitzte. Ich habe inzwischen gefunden, dass dies ein Irrtum war, denn bei einer Wiederholung des Versuchs mit ausgepumpten Glaskugeln gelang es mir, eine schwache Fluoreszenz zu erregen mit nahezu monochromatischem Licht aus dem schon erwähnten Beleuchtungsapparat, von einer Wellenlänge gleich derjenigen der *D*-Linien. Dass Herr Moore und ich dieselbe bei unseren vorjährigen Versuchen nicht zu sehen vermochten, rührte daher, dass dieses gelbe Licht aus dem einfallenden Strahl durch den Natriumdampf entfernt wurde, bevor die Lichtstrahlen im Brennpunkt zusammentrafen. Diese Arbeit ist noch im Gange, und die Fluoreszenzspektren, welche der Dampf bei Beleuchtung mit monochromatischem Licht verschiedener Wellenlängen liefert, sind photographiert worden.

Die in der vorliegenden Arbeit veröffentlichten Untersuchungen sind ermöglicht worden durch die Freigebigkeit des Rumfordfonds, und ich möchte den Verwaltern dieses Fonds meine Anerkennung und meinen Dank für die erhaltene Unterstützung aussprechen.

Ich möchte ferner meine Anerkennung aussprechen für die treue Hilfe meines Assistenten, des Herrn A. H. Pfund, welcher mit mir zusammen gearbeitet und manchen wertvollen Vorschlag gemacht hat. Endlich möchte ich noch dem Verwaltungsrat der Carnegiestiftung danken für die mir zur Verfügung gestellten Mittel, welche mir ermöglichten, seine Dienste in Anspruch zu nehmen.

(Aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 14. September 1904.)

ZUSAMMENFASSENDE BEARBEITUNGEN.

Mathematik, Physik, Astronomie an den deutschen Universitäten in den Jahren 1893—1903.[1])

Von Felix Klein.

In dem Sammelwerke über die deutschen Universitäten, welches anlässlich der Unterrichtsausstellung in Chicago vor nunmehr 10 Jahren herausgegeben wurde, sind Mathematik, Physik und Astronomie, wie billig, je von fachmännischer Seite bearbeitet, und Referent hatte also nur den Bericht über die Mathematik übernommen; — handelte es sich doch damals darum, für die einzelnen Disziplinen getrennt die grundlegende Entwicklung von Beginn des verflossenen Jahrhunderts an in ihren charakteristischen Zügen darzustellen. Die Berichterstattung, welche jetzt für die Weltausstellung in St. Louis gewünscht wird, hat es insofern leichter, als sie sich nur über den Zeitraum eines Dezenniums zu erstrecken braucht und überall an die genannten, für Chicago ausgearbeiteten Berichte anknüpfen kann. Überdies hat sich die Aufgabe etwas verschoben, indem die Wechselbeziehungen zwischen den verschiedenen Disziplinen mehr in den Vordergrund des Interesses getreten sind: man wünscht sich ein einheitliches Bild, oder doch ein umfassendes Bild von der nebeneinander stattfindenden Entwicklung der Nachbarwissenschaften zu machen. Erwägungen dieser Art sind es gewesen, welche den Referenten bestimmten, dem Wunsche der Redaktion entsprechend, dieses Mal ausser Mathematik auch Physik und Astronomie in den Bereich seiner Berichterstattung zu ziehen. Die Physik möge dabei voranstehen, weil sie in dem verflossenen Dezennium die glänzendste Neuentwicklung aufweist, und die Mathematik, bei der es sich in dem in Betracht kommenden Zeitraume mehr um Abklärung und neue Grundlegung handelt, möge den Schluss machen.

I. Physik.

1. Die ausserordentlichen Fortschritte, deren sich die Physik im letzten Jahrzehnt erfreuen durfte, sind innere und äussere zugleich; sowohl die theoretische Forschung als die praktische Geltung der Wissenschaft hat eine ungeahnte Entwicklung genommen; in beiderlei Richtung ist deutsche Arbeit in hervorragender Weise beteiligt. Bei dem knappen Raume, der uns zur Verfügung steht, werden wir von vornherein darauf verzichten müssen, den Gegenstand nach seiner Vielseitigkeit darzulegen; wir können einen Stoff nicht auf wenige Seiten zusammendrängen, den die Berichte des 1900 abgehaltenen internationalen Pariser physikalischen Kongresses in 4 Bänden behandelt haben. Wir sind vielmehr von vornherein darauf angewiesen, nur einiges Wenige, besonders Charakteristische hervorzuheben. Welche theoretischen Forschungen bei einer solchen Betrachtungsweise vor anderen zu bevorzugen sind, dürfte keinem Zweifel unterliegen: es sind diejenigen Entdeckungen und Überlegungen, welche eine tiefgehende Umwandlung unserer Ideen über die Rolle des Lichtäthers und die Beziehungen zwischen Materie und Äther zur Folge gehabt haben. Von ihnen mag hier zunächst die Rede sein; auf die mehr praktischen Fragen kommen wir später zurück.

Ein kurzer historischer Rückblick wird uns am raschesten orientieren. Wir werden voranstellen dürfen, dass die ganze Bewegung, über die zu berichten ist, immer noch als Nachwirkung der unvergleichlichen Thätigkeit des grossen englischen Forschers Faraday anzusehen ist. Wir werden dann, um uns zu den Leistungen speziell der deutschen Physiker zu wenden, in erster Linie Wilhelm Webers massgebende Arbeiten auf dem Gebiete der Elektrodynamik nennen, ferner aber Hittorfs ausgezeichnete Untersuchungen. An Faraday anknüpfend, hat derselbe zunächst die Gesetze der Elektrolyse in neuer Bestimmtheit herausgearbeitet, dann aber die elektrischen Entladungen in luftverdünnten Räumen als Erster genauen Studien unterworfen und insbesondere die Haupteigenschaften der heute sogenannten Kathodenstrahlen entdeckt. Zwanzig Jahre später, kurz vor Beginn unserer Berichtsperiode, folgen die bahnbrechenden Untersuchungen von Hertz (1888). Was Faraday und Maxwell vorausschauend erkannt hatten: dass der raumerfüllende Äther der Träger der elektromagnetischen Fernwirkungen sei und dass die Lichtwellen nur einen besonderen Fall durch den Äther sich fortpflanzender elektromagnetischer Störungen vorstellen, das wurde durch die Hertzschen Versuche, sozusagen, zur handgreiflichen Gewissheit. Freilich schienen die elektrischen Wellen und die optischen Wellen zunächst noch durch einen Unterschied der Grössenordnung getrennt. Hier haben zahlreiche Arbeiten des verflossenen Jahrzehnts erfolgreich eingesetzt, so dass der Zwischenraum zur Zeit beinahe überbrückt ist. Von deutscher Seite haben hierzu die interessanten Forschungen von Rubens (Berlin) über die infraroten Strahlen grosser Wellenlänge wohl am meisten beigetragen.

[1]) Mit Genehmigung des Verfassers sowie des Herausgebers und der Verlagsbuchhandlung von A. Asher & Co. in Berlin abgedruckt aus dem Werke „Das Unterrichtswesen im Deutschen Reich", aus Anlass der Weltausstellung in St Louis unter Mitwirkung zahlreicher Fachmänner herausgegeben von W. Lexis (cf. Bd. I, S. 243—266. Der Titel lautet dort einfach: „Mathematik, Physik, Astronomie").

Aber die Vorgänge im reinen Äther sind, sozusagen, nur die eine Seite der Sache. Die andere betrifft die Verknüpfung des Äthers mit der Materie, wobei sowohl die Vorgänge bei der elektrostatischen Ladung und der elektrischen Leitung ponderabler Körper erklärt werden müssen, als die Emission elektrischer Wellen, speziell der Lichtwellen. Helmholtz hatte schon 1881 in einem zu Ehren Faradays gehaltenen Vortrage hervorgehoben, dass die Leitung der Elektrizität in Elektrolyten nur durch die Annahme einer atomistischen Struktur der an die Körperteilchen gehefteten Elektrizität verstanden werden kann: die Elektrolyse geht so vor sich, als wenn die wandernden Atome der ponderablen Materie (die Ionen) jeder mit einem elektrischen Atom (einem Elektron, wie man heute sagt), oder doch einer bestimmten Zahl solcher Atome, behaftet wären. Diese Grundvorstellung wurde dann von der physikalischen Chemie aufgenommen und weiter entwickelt. Von seiten der Physiker begann man, in Verallgemeinerung des Ansatzes, die elektrische Leitung in Gasen und Metallen als eine Bewegung nicht nur von Ionen, sondern auch von freien Elektronen anzusehen. Diese Annahme, welche gewissermassen eine Rückkehr zu den Wilhelm Weberschen Anschauungen ist, steht trotzdem mit der für den freien Äther geltenden Maxwellschen Theorie nicht in Widerspruch, sofern man noch hinzufügt, dass die Elektronen nur durch Vermittelung des Äthers als in diesem bewegte elektrische Ladungen aufeinander wirken.[1]) Sie gestattet zugleich, die Lichtemission (und Absorption) ponderabler Körper in plausibler Weise zu deuten, nämlich durch Schwingungen der in den Körpern enthaltenen Elektronen. Diese ganze Auffassungsweise (die sogenannte Elektronentheorie) ist allmählich von verschiedenen Seiten herangebracht worden; es ist unmöglich, einen einzelnen Namen zu nennen. Indem sie eine einheitliche Auffassung des Gesamtgebietes elektrischer und optischer Vorgänge ermöglicht, hat sie von vornherein etwas Bestechendes. Trotzdem würde sie kaum die allgemeine Geltung erlangt haben, deren sie sich heute erfreut, wäre nicht eine Reihe überraschender Entdeckungen hinzugekommen, die einerseits das Gebiet der physikalischen Forschung in ungeahnter Weise erweiterten, andererseits aber sich zwanglos in die genannte Auffassung einfügten. Merkwürdigerweise fallen diese alle, oder doch ihr Bekanntwerden, in dasselbe Jahr 1896.

Es war bei der fünfzigjährigen Jubelfeier der Berliner physikalischen Gesellschaft, am 6. Januar 1896, dass Röntgen (Würzburg, jetzt München) zum ersten Male einem grösseren Kreise von Physikern von den X-Strahlen und deren wunderbaren, jetzt überall bekanten Eigenschaften Nachricht gab (diese X-Strahlen entstehen, wie wir jetzt wissen, überall da, wo Kathodenstrahlen auf Hindernisse stossen). Im Verfolg dieser Mitteilung findet Becquerel (Paris) wenige Monate später, dass es bestimmte, wie es jetzt scheint, weitverbreitete Substanzen giebt, welche die Eigenschaft der Radioaktivität besitzen, d. h. unausgesetzt Strahlen aussenden, die in vielfacher Hinsicht den Kathodenstrahlen ähneln. Endlich aber publiziert, unabhängig davon, Zeeman (Amsterdam) im Oktober und November in der Amsterdamer Akademie die Entdeckung, dass die von einem leuchtenden Körper emittierten Lichtstrahlen bestimmter Wellenlänge sich in mehrere polarisierte Strahlen verschiedener Wellenlänge spalten, sobald der Körper in ein Magnetfeld gebracht wird; gemeinsam mit H. A. Lorentz (Leyden) konnte er die Erklärung dieses Phänomens ohne weiteres der Elektronentheorie der Lichtemission entnehmen. Die heute geltende Erklärung der Röntgenstrahlen ist dadurch vorbereitet worden, dass Crookes (London) bereits 1879 die Kathodenstrahlen als Inbegriff mit grosser Geschwindigkeit parallel zueinander geschleuderter Teilchen aufgefasst hatte. E. Wiechert (damals Königsberg, jetzt Göttingen) ist der Erste, der dementsprechend die Röntgenstrahlen als unregelmässige Erschütterungen im Äther erklärte, welche durch den Anprall der geschleuderten Teilchen an Hindernisse entstehen (April 1896). Er begründet ferner als Erster die Auffassung, dass es sich in den Kathodenstrahlen um Elektronen handelt, die sich selbständig mit sehr viel kleinerer Masse, als den chemischen Atomen zukommt, bewegen, und deren Geschwindigkeit der Lichtgeschwindigkeit vergleichbar ist (Januar 1897). Diese Auffassungsweise und die in ihr beschlossenen Resultate sind sehr bald von anderer Seite durch andere Methoden, vielfach unabhängig, wiedergefunden worden. Es ergeben sich dabei die merkwürdigsten Bestätigungen; insbesondere stimmt die auf diesem Wege sich ergebende Masse des einzelnen Elektrons mit derjenigen, welche sich aus dem Zeeman-Phänomen ableiten lässt, vortrefflich überein (ca. $^1/_{2000}$ des Wasserstoffatoms). — Die Erklärung der Becquerelstrahlen endlich spielt auf chemisches Gebiet hinüber und scheint dort eine grundsätzliche Umgestaltung der geltenden Vorstellungsweise von der Unveränderlichkeit der che-

1) Ref. fügt hier gern ein, daß ihm W. Weber 1869 oder 1871 gelegentlich erläuterte, nach Gaußscher Anschauung stehe hinter der gewöhnlichen Mechanik, die von den auf die Moleküle wirkenden Kräften handele, eine höhere Mechanik, nämlich die Lehre von der Fortpflanzung der Kräfte im Raume. Die Maxwellsche Theorie in moderner Interpretation kann offenbar als Ausgestaltung dieser Gaußschen Auffassung angesehen werden.

mischen Elemente zu verlangen. Aber eben deshalb können wir auf die wunderbaren Thatsachen, welche im Anschluss an Becquerels ursprüngliche Entdeckung allmählich bekannt wurden, die Entdeckung des Radiums durch das Ehepaar Curie (Paris, 1898) u. s. w., hier nicht eingehen; auch der Chemiker könnte nur in vorsichtigster Form berichten, da jeder Tag neue Überraschungen bringen kann. In physikalischer Hinsicht sind die Becquerelstrahlen offenbar mit den Kathodenstrahlen enge verwandt.

Soweit unser Bericht über die neuen Thatsachen und die unmittelbar durch sie begründeten neuen Auffassungen. Wir fügen noch hinzu, dass wir auch auf dem engen von uns berührten Gebiete sehr unvollständig gewesen sind. Wir haben z. B. bei den Kathodenstrahlen die ausgezeichneten Arbeiten von Goldstein, von Hertz selbst, von Lenard und anderen deutschen Physikern nicht genannt, von ausländischen Autoren, wie J. J. Thomson (Cambridge) u. s. w. ganz zu schweigen. Wir haben die grundlegenden Untersuchungen einer Reihe jüngerer deutscher Forscher, die sich auf die Temperaturstrahlung des sogenannten schwarzen Körpers beziehen, ebensowenig erwähnt, wie die anderen, welche die Gesetzmässigkeiten der Spektrallinien und ihren Zusammenhang mit dem Zeeman-Effekt betreffen. Aber wir müssen abbrechen, um nun zunächst der Wandlungen und Weiterbildungen zu gedenken, welche die mathemathische Theorie der physikalischen Erscheinungen in dem von uns betrachteten Zeitraume erfahren hat.

2. Maxwell hatte seine Untersuchungen über die Ausbreitung elektromagnetischer Wirkungen im Äther bekanntlich ursprünglich an konkrete Vorstellungsweisen betreffend die Konstitution des Äthers angeknüpft, hat dann aber in seinem grundlegenden Werke von 1873 alle besonderen Ansätze zurückgeschoben und nur eine allgemeine Schilderung der in die Beobachtung fallenden Verhältnisse durch geschickt gewählte Differentialgleichungen gegeben. Dieses Verfahren, welches man als phänomenologisch zu bezeichnen pflegt, verzichtet zu Gunsten unmittelbar erreichbarer klarer Resultate auf tiefergehende, aber hypothetische Spekulationen; es ist ein eminent praktisches und zugleich in mathematischer Hinsicht besonders elegantes Verfahren. Die deutschen Physiker haben zu Anfang der Berichtsperiode dem phänomenologischen Ansatz besondere Sympathie entgegengebracht. Ein glänzend geschriebenes Beispiel geben Hertz' eigene theoretische Entwicklungen zur Elektrodynamik (1890). Auch W. Voigt in seinem umfassenden „Kompendium der mathematischen Physik" (2 Bände 1895/96), wie in seinen zahlreichen sonstigen Arbeiten, bevorzugt die phänomenologische Methode, welche unter seinen Händen vielfach die Resultate noch nicht angestellter Versuche vorauszusagen vermochte. Aber in dem Masse, als die Betrachtung der Ionen und Elektronen für die allgemeine Auffassung wesentlicher wird, entsteht ein Umschwung. Jetzt ist es wieder die Molekulartheorie, welche, natürlich in zeitgemässer Umgestaltung, in den Vordergrund rückt; die Differentialgleichungen der physikalischen Probleme erscheinen nur mehr als abgekürzte Formen von Differenzengleichungen. H. A. Lorentz' Studien über die Elektrodynamik bewegter Körper (1892) erweisen sich in dieser Hinsicht als bahnbrechend; ihnen reihen sich in Deutschland zunächst die ursprünglich (1894) unabhängig von Lorentz unternommenen theoretischen Arbeiten von Wiechert an. Zu Wiecherts zusammenfassender Schrift „Über die Grundlagen der Elektrodynamik" (1899) wird übrigens binnen kurzem eine Gesamtdarstellung der Theorie von H. A. Lorentz selbst im fünften Bande der mathematischen Enzyklopädie treten. (Näheres betreffend die Enzyklopädie siehe unter Mathematik.) Im übrigen partizipieren Physiker aller Nationen an dem Ausbau der in Betracht kommenden Ansätze; ich nenne von Engländern insbesondere Heaviside, Larmor, J. J. Thomson, von Franzosen Poincaré.

Vom allgemeinen Gesichtspunkte aus interessant ist insbesondere die Wandlung, welche die Behandlungsweise und die Wertschätzung der theoretischen Mechanik im Kreise der Physiker unter der Kontaktwirkung der geschilderten Entwicklungen erleidet. Die traditionelle (wohl auf Laplace zurückgehende) Meinung ist, dass die Mechanik die Grundlage alles physikalischen Geschehens sei; sie nimmt überdies an, dass die letzten Bestandteile der Materie streng punktförmig sind und dementsprechend par distance aufeinander wirken. In dieser starren Form wird die klassische Doktrin während der Berichtsperiode eigentlich nur noch von Boltzmann festgehalten, der übrigens eben nun seine Ableitung des zweiten Wärmesatzes aus den Voraussetzungen der kinetischen Gastheorie zur Vollendung bringt. Mehr Sympathien findet die auf Lord Kelvin zurückgehende Tendenz, die Welt aus kontinuierlich ausgedehnten Körpern aufzubauen, die nur durch unmittelbare Berührung aufeinander wirken. Die Mechanik behält dabei ihre centrale Stellung (an der übrigens auch Helmholtz und Maxwell immer festgehalten haben[1])), aber es

1) Helmholtz, der 1893 als Delegierter Deutschlands auf dem Chicagoer physikalischen Kongreß noch eine so große Rolle spielte, ist bald hernach (am 8. September 1894) gestorben; ich verweise beiläufig auf die von Königsberger herausgegebene, jetzt in 3 Bänden vollendet vorliegende, inhaltreiche wissenschaftliche Biographie.

findet doch eine weitgehende Umänderung der Anschauungsweisen statt, indem das, was gemeinhin potentielle Energie genannt wird, durch kinetische Energie „verborgener Bewegungen" ersetzt wird. Hertz hat dieser Möglichkeit offenbar den grössten erkenntnistheoretischen Wert beigelegt; er hat sie in seiner posthumen Mechanik (1894) in streng systematischer und formell vollendeter Darstellung zur Durchführung gebracht. Aber bald tritt eine mehr radikale Wendung hervor. Man will die Mechanik nicht mehr als Grundlage der Physik gelten lassen, sondern nur als ein einzelnes Kapitel einer umfassenderen Doktrin, der Energetik. Die Energie wird wie eine Art Substanz angesehen, die verschiedener Erscheinungsformen fähig ist: der mechanischen, elektrischen, chemischen u. s. w.; die Physik hat davon Rechenschaft zu geben, nach welchen Gesetzen sich diese Erscheinungsformen gegebenenfalls untereinander umsetzen. Mechanik und Elektrizitätslehre werden solcherweise nebeneinander geordnet. Und nun kommt der letzte Schritt, der auf Grund der Elektronenvorstellung das frühere Verhältnis geradezu umkehrt. Nicht die Elektrizitätslehre soll mechanisch, sondern die Mechanik elektrisch verstanden werden. Was wir gemeinhin ponderable Materie nennen, wird als ein Aggregat von Elektronen gedeutet, die einzeln nur elektromagnetische Masse besitzen, d. h. in einer bestimmten Weise mit dem umgebenden Äther verkettet sind. Die Grundgesetze der alten Mechanik, also Newtons „leges motus", desgleichen die allgemeine Gravitation, sollen als Folge der Maxwellschen Gleichungen für geeignet aufgebaute Elektronenaggregate abgeleitet werden.

Fassen wir zusammen, so werden wir sagen können, dass unter dem Einfluss der experimentellen Fortschritte auch die mathematische Physik in eine jugendlich vorwärts drängende Periode eingetreten ist. Dies gilt nicht nur für die Elektrizitätslehre, sondern für ziemlich alle Teile des grossen von der Theorie zu umfassenden Gebietes. Da ist zunächst wenig Zeit, die mathematischen Formulierungen konsequent zu studieren, man ist zufrieden, die Probleme durch kühnen Ansatz wechselnd zu fassen und die eine oder andere überraschende Folgerung zu ziehen. Ein glänzendes Beispiel wird durch die Behandlung der Gesetze der Lichtemission bis hin zu ihrer Vereinigung mit der Molekulartheorie gegeben (W. Wien, Planck, H. A. Lorentz). Eine gewisse Analogie mit der Zeit, wo Fresnels divinatorische Begabung die wesentlichen Gesetze der Undulationstheorie des Lichtes erfasst, aber Cauchy die exakten Grundlagen derselben noch nicht entwickelt hatte, scheint unverkennbar. Wird für die mathematische Physik demnächst ein neuer Cauchy erstehen, der die in die Halme geschossene Frucht in die sicheren Gewahrsame folgerechter mathematischer Überlegung einsammelt?

3. Wir haben nun noch der nicht minder bemerkenswerten Entwicklung zu gedenken, welche der Physik während unserer Berichtsperiode in praktischer Hinsicht zuteil geworden ist. Unter allgemeinen Gesichtspunkten interessant ist bereits, dass die physikalische Forschung einen sehr viel mehr internationalen Charakter erhalten hat, als sie früher besass; es tritt dies in unserem bisherigen Berichte ohnehin deutlich hervor und braucht also hier nicht besonders ausgeführt zu werden. Wir müssen aber mit einigen Worten der besonderen Entwicklung gedenken, welche die Beziehung der Physik zur Technik gewonnen hat.

Diese Beziehung zur Technik ist allgemein erkennbar hevorgetreten, als vor nun etwa 20 Jahren die Elektrotechnik ihren Siegeslauf begann. Die Beziehung ist dort in der That eine besonders enge, ohne weiteres verständliche. Aber schon lange vorher hatten hervorragende Ingenieure erkannt, dass alle anderen Zweige der ausführenden Technik, insbesondere des Maschinenbaues, ebenso physikalische Probleme einschliessen, wie die Konstruktion der Dynamomaschinen oder die Verlegung elektrischer Kabel, — dass es, ebenso wie es eine technische Chemie giebt, eine technische Physik geben müsse. An der technischen Hochschule zu München hat dann dieser Gedanke durch Bauschinger und Linde bereits im Laufe der 70er Jahre zur Einrichtung besonderer Versuchsanstalten für Festigkeitslehre und Thermodynamik geführt. Praxis und Theorie werden durch derartige Einrichtungen gleichzeitig gefördert, letztere darum, weil die Verschiedenheit der äusseren Abmessungen und der Nebenbedingungen Erscheinungen hervortreten lässt, welche dem gewöhnlichen Laboratoriumsversuche fremd sind. Ein vortreffliches Beispiel für die Leistungsfähigheit der technischen Physik nach beiden Seiten hin giebt der ausgezeichnete Luftverflüssigungsapparat, mit welchem Linde 1895 hervortrat. Man hatte bis dahin die Abweichung, welche zwischen dem thatsächlichen thermodynamischen Verhalten der atmosphärischen Luft und dem idealen Schema des Mariotte-Gay Lussacschen Gesetzes besteht, als etwas Beiläufiges betrachtet; hier ist sie mit grösstem praktischen Erfolge zum Prinzip der Konstruktion gemacht. Nach anderer Seite hat das Bedürfnis der Technik nach einheitlichen oder doch vergleichbaren und zuverlässigen Massen von jeher einen Berührungspunkt mit der Physik abgegeben. Die

ausserordentlichen Vorteile, welche die Physik aus dieser Beziehung gewonnen hat, liegen auf der Hand. Die internationale Meterkonvention führte bald nach ihrer Gründung (1875) zur Einrichtung der Präzisionslaboratorien in Bréteuil bei Paris. Der Pariser elektrische Kongress von 1881 fixiert die elektrischen Einheiten und veranlasst dadurch neue, zuverlässige Bestimmungen der fundamentalen elektrischen Konstanten. Einen weiteren wichtigen Schritt in der genannten Richtung bedeutet die 1887 unter wesentlicher Mitwirkung von Werner Siemens erfolgte Gründung der physikalisch-technischen Reichsanstalt zu Berlin, deren erster Präsident Helmholtz wurde. Hier werden auf den verschiedensten Gebieten der Physik dauernd systematische Messungen durchgeführt, welche der Technik und der Theorie gleichmässig zugute kommen. Die besondere Leistungsfähigkeit unserer elektrischen Privatindustrie nach seiten der Konstruktion vorzüglicher physikalischer Messinstrumente mag ebenfalls erwähnt werden. Wir können diese Aufzählung hier nicht noch weiter fortsetzen, so vieles Interessante noch zu nennen wäre. Die allgemeine Wertschätzung der technischen Physik tritt u. a. in der Berücksichtigung zu Tage, welche die physikalischen Methoden in den elektrotechnischen Instituten und den neugegründeten Ingenieurlaboratorien unserer technischen Hochschulen finden. Neben ihnen stehen längst ausgedehnte Forschungslaboratorien und Studiengesellschaften der Privatindustrie, deren Ergebnisse das Publikum mit steigender Teilnahme begleitet. Um nur einige Beispiele aus dem Gebiet der angewandten Elektrizitätslehre zu nennen, so erinnere ich an die durch systematische Arbeit gewonnenen letztjährigen Fortschritte der elektrischen Bahnen, der elektrischen Beleuchtung, der Telephonie, der drahtlosen Telegraphie und der Röntgenapparate. Auch die grossen Fortschritte im Bau optischer Instrumente sind wesentlich durch theoretische Studien bedingt.

4. Die Physik ist, um es kurz zu sagen, eine Grossmacht des modernen Lebens geworden. Der theoretischen Forschung fliessen von dort aus neben immer neuen, umfassenderen Aufgaben und ungeahnten Erleichterungen der experimentellen Arbeit auch reiche, materielle Mittel zu; die physikalische Wissenschaft als solche kann sich des gewonnenen Fortschritts und ihres erweiterten Geltungsbereiches nur freuen. Wir müssen aber im gegenwärtigen Bericht den Gegenstand auch von einem etwas spezielleren Standpunkte aus sehen, nämlich vom Standpunkte des Universitätsbetriebes. Es ist nicht zu leugnen, dass hier aus der modernen Entwicklung grosse Schwierigkeiten entstanden sind. Es gilt, in Forschung und Unterricht mit der neuzeitlichen Entwicklung Schritt zu halten, insbesondere den Studierenden die allseitige Bedeutung der heutigen Physik in geeigneter Form vorzuführen. Hierzu aber sind sehr viel umfassendere instrumentelle Einrichtungen und also auch viel reichere Mittel erforderlich als früher. In dem Berichte für Chicago wurde der weitgehenden staatlichen Fürsorge gedacht, deren sich die physikalischen Institute an den deutschen Universitäten erfreuen dürfen. Diese staatliche Fürsorge hat während der diesmaligen Berichtsperiode keineswegs nachgelassen, sondern könnte mit neuen glänzenden Ziffern belegt werden. Aber die Verhältnisse sind so ausserordentliche, dass man daneben gern nach anderweitiger Hilfe Umschau halten wird. Gilt es doch namentlich auch, neue Einrichtungen auszuproben (deren allgemeine Einführung erst befürwortet werden kann, wenn der Versuch gelungen ist). Die Industrie, welche durch ihre rapide Entwicklung die Schwierigkeiten geschaffen hat, scheint in hohem Masse interessiert, hier selbst helfend einzugreifen. Ein solches Vorgehen der Industrie ist seither aus Göttingen und Jena zu berichten.

In Göttingen hat sich aus Vertretern erster Firmen der deutschen Grossindustrie eine besondere Vereinigung zur Förderung der angewandten Physik und Mathematik gebildet, die sich angelegen sein lässt, den Unterricht und die Forschungsarbeit in technischer Physik und in technischer Mathematik zunächst an der Göttinger Universität fortschreitend zu unterstützen, — die Blüte, deren sich die physikalisch-mathematischen Studien zur Zeit an der Göttinger Universität erfreuen, ist durch das Eingreifen dieser Vereinigung jedenfalls mit veranlasst. Für die Universität Jena aber (bei der von Hause aus nur geringe staatliche Mittel zur Verfügung stehen) ist Abbes an Ort und Stelle geschaffene grossherzige Stiftung, das Zeisssche optische Institut, die Quelle geradezu einer ganz neuen Entwicklung geworden, an der die Physik in erster Linie partizipiert.

5. Zum Schluss möge noch einiges Wenige über das System der physikalischen Universitätsvorlesungen gesagt werden. Die bisherige Form derselben ist in dem Bericht für Chicago ausführlich geschildert. Inzwischen scheinen sich in manchem Betracht Änderungen vorzubereiten. Die höheren physikalischen Vorlesungen richteten sich früher fast ausschliesslich an die Lehramtskandidaten der Mathematik und Physik und hatten daher einen wesentlich mathematisch-physikalischen Charakter. Durch die Verschiebung der allgemeinen Verhältnisse aber wird es offenbar immer mehr notwendig, dass auch höhere experimentelle Vorlesungen

gehalten werden. Andererseits kann man fragen, ob der jetzige Zuschnitt der einleitenden Vorlesung über Experimentalphysik noch von längerem Bestande sein wird. Diese Vorlesung richtet sich herkömmlicherweise an eine sehr ausgedehnte Zuhörerschaft (Naturwissenschaftler aller Art, Mediziner, Pharmazeuten u. s. w.). Dementsprechend glaubte man bei ihr von den Zuhörern bislang nur sehr geringe Vorkenntnisse voraussetzen zu dürfen, während doch die höheren Schulen nachgerade vielfach eine ziemlich weitgehende Vorbereitung liefern. Es liegt also eine Inkongruenz vor. Endlich wünscht man ausführlichere Vorlesungen über angewandte Physik. Einige weitere Angaben hierüber folgen unten bei Besprechung der mathematischen Vorlesungen.

II. Astronomie (nebst Geonomie).

1. Im folgenden soll nicht nur von Astronomie im engeren Sinne die Rede sein, sondern ebensowohl von den Wissenschaften, welche die Eigenschaften des Erdkörpers mit mathematischen und physikalischen Hilfsmitteln studieren, also von der Geodäsie (dieses Wort im weitesten Sinne genommen) und den verschiedenen Zweigen der Geophysik; es möge gestattet sein, diesen Komplex von Wissenschaften unter dem Namen der Geonomie der Astronomie als geschlossenes Ganze gegenüberzustellen.

Da gerade vom physikalischen Unterricht die Rede war, dürfen wir gleich einige Bemerkungen über den Unterricht in den nunmehr zu besprechenden Disziplinen vorausschicken (unter selbstverständlicher Beschränkung auf die Verhältnisse an den deutschen Universitäten). Astronomie und Geonomie richten sich in ihren allgemeinsten Ergebnissen an das Interesse aller Gebildeten. Daher sind an unseren Universitäten von je Vorlesungen über populäre Astronomie für Studierende aller Fakultäten gehalten worden, ebenso kurze Vorlesungen über Meteorologie u. s. w. Daneben standen bis zur Mitte des 19. Jahrhunderts vielfach astronomische und geodätische Vorlesungen und Übungen für Lehramtskandidaten der Mathematik und Physik. Diese Vorlesungen sind aber in dem Masse zurückgetreten, als sich unter der Herrschaft mehr spezialisierter Examenbestimmungen die Studien in reiner Mathematik und mathematischer Physik weitergehend entwickelten. Bei den unten folgenden Bemerkungen über die mathematischen Vorlesungen wird sich ergeben, dass neuerdings wieder eine Rückströmung bemerkbar ist. Im grossen und ganzen ist es zur Zeit aber doch so, dass für die Sternwarten und die ihnen parallel stehenden Universitätsinstitute die Ausbildung von Fachmännern als einzige Unterrichtsaufgabe übrig geblieben ist. Die Entwicklung hat also gerade den umgekehrten Weg genommen, wie bei der Experimentalphysik. — Wir verlassen hiermit diesen Gegenstand (über den man länger philosophieren könnte) und wenden uns zu einem summarischen Bericht über die wissenschaftlichen Fortschritte, welche die hier in Betracht kommenden Disziplinen während der Berichtsperiode auf deutschem Boden realisiert haben.

Für die Fortschritte der Astronomie ist in erster Linie zweifellos die Zahl und Ausrüstung der bestehenden Sternwarten wesentlich. Die deutsche Wissenschaft hat in dieser Hinsicht, wie bekannt, mit besonderen Schwierigkeiten zu kämpfen, weil die reichen Mittel fehlen, die ihr in England und Amerika, zum Teil auch in Frankreich, von privater Seite zur Verfügung gestellt werden, die Fürsorge des Staates aber, bei den vielen Ansprüchen, denen sie nach anderer Seite gerecht werden muss, notwendig in bestimmte Grenzen eingeschlossen bleibt. Immerhin sind auch bei uns innerhalb der Berichtsperiode einige erfreuliche Fortschritte in der hiermit bezeichneten Richtung gemacht worden. An Stelle der früheren Karlsruher Sternwarte ist eine neue Sternwarte auf dem Königsstuhl bei Heidelberg getreten (1897 bezw. 1898), die in zwei Abteilungen, eine astrometrische und eine astrophysikalische, je unter einer besonderen Direktion stehend, zerlegt ist. Zahlreiche andere Sternwarten wurden modernisiert oder doch mit neuen Instrumenten ausgestattet. Das hervorragendste Ereignis in dieser Hinsicht ist die Fertigstellung und Aufstellung des grossen Refraktors im Potsdamer astrophysikalischen Institute (für den Reichsmittel in ungewöhnlicher Höhe zur Verfügung gestellt waren, 1899). Im Zusammenhang mit dieser Aufzählung darf hier der Leistungen unseres astronomischen Instrumentenbaues rühmend gedacht werden. Neue Aufgaben wurden derselben insbesondere durch das Eintreten der Photographie in die astronomische Praxis gestellt. Repsold (Hamburg) hat die konstruktive Ausbildung der photographischen Refraktoren und Messapparate in derselben Vollendung geleistet, die er bei den Messinstrumenten der älteren Astronomie (Heliometer, Meridiankreis) erreicht hatte. Die optische Seite findet durch hervorragende Firmen, wie Schott und Zeiss (Jena) und Steinheil (München), vermöge konsequenter Ausbildung der mathematischen und physikalischen Methoden nach den verschiedensten Seiten hin ebenfalls glänzende Förderung.

Ein grosser Teil der Thätigkeit an unseren Sternwarten wird selbstverständlich nach wie vor durch die systematischen Arbeiten absorbiert. Von den grossen Untersuchungen, die in dieser Hinsicht im vorigen Bericht ge-

nannt wurden, ist jetzt das Zonenunternehmen der astronomischen Gesellschaft für die Sterne der nördlichen Halbkugel zur vollen Durchführung gelangt. Dafür sind andere weitausschauende Arbeiten begonnen, so die Zusammenstellung aller vorhandenen Fixsternbeobachtungen zu einer „Geschichte des Fixsternhimmels" (Auwers und Ristenpart, Berlin) und eine photometrische Durchmusterung der Sterne (Müller und Kempf, Potsdam). Wir gedenken ferner gleich hier des durch Förster und Helmert eingerichteten internationalen Beobachtungssystems für die Polschwankungen der Erde, dessen Resultate vom Potsdamer geodätischen Institute alljährlich bearbeitet werden; der entscheidende Nachweis für die Existenz dieser Schwankungen ist kurz vor Beginn unserer Berichtsperiode durch Küstner (damals Berlin, jetzt Bonn) erbracht worden (1884/85 bezw. 1888).

Das grosse Publikum wird sein Interesse naturgemäss immer mehr glücklichen Einzelleistungen der astronomischen Beobachtungskunst zuwenden. In dieser Hinsicht müssen wir vor allem auf die Ergebnisse der photographischen Methode hinweisen, die unser Weltbild immer mehr erweitern, u. a. die zahlreichen Planeten- und Nebel-Entdeckungen von Max Wolf (Heidelberg). Die spektroskopische Beobachtung hat als hervorragendes Resultat die erste genaue Festlegung von Fixsternbewegungen im Visionsradius durch Vogel (Potsdam) zu verzeichnen (1888); das Potsdamer astrophysikalische Institut hat seitdem einen grossen Teil seiner Thätigkeit diesem Problem erfolgreich gewidmet. Von besonderer Bedeutung für die Erkenntnis der Dimensionen unseres Sonnensystems (Bestimmung der Sonnenparallaxe) ist die Auffindung des Eros durch Witt gewesen (Urania, Berlin, 1898), jenes merkwürdigen Himmelskörpers, der in seiner stark exzentrischen Bahn der Erde gelegentlich näher kommt, als Mars. Nicht unerwähnt darf zum Schluss das genaue Studium der Saturnsmonde durch H. Struve (jetzt Berlin, früher Pulkowa) bleiben, welches zur Aufdeckung einer Reihe merkwürdiger Regelmässigkeiten in dem von diesen Körpern gebildeten System führte.

Wir gedenken endlich der Thätigkeit unserer Astronomen auf dem Gebiet der theoretischen Astronomie. In Nachwirkung der Gyldénschen Anregungen und unter dem Einflusse der Poincaréschen Ideen tritt eine fortschreitende Verbesserung in den Methoden der Störungsrechnung ein. Andererseits werden durch Seeliger (München) und seine Schule immer neue Gebiete der Stellarastronomie und der Astrophysik der mathematischen Behandlung unterworfen. Eine besonders aussichtsreiche Art der Fragestellung zielt auf Verbindung der astronomischen Thatsachen mit den unter 1. besprochenen neuen Auffassungsweisen der Physik hin. Die Maxwellsche Theorie mit ihren Weiterbildungen belebt sozusagen den Raum, der sich früher in toter Lehre zwischen den einzelnen Weltkörpern zu dehnen schien.

2. Wenden wir uns zur Geonomie und zunächst zu demjenigen Teile derselben, welcher vorerst am meisten von mathematischen Überlegungen durchzogen ist, zur Geodäsie. Hier stehen, ihrer wissenschaftlichen Bedeutung nach, die Arbeiten des Potsdamer Centralinstituts voran. Von General v. Baeyer 1869 gegründet, steht dasselbe seit 1886 unter der Direktion von Helmert, 1892 bezog es sein jetziges, vortrefflich ausgestattetes Heim. Die hervorragende Stellung des Instituts findet ihren prägnanten Ausdruck in dem Umstande, dass ihm als Centralstelle die Bearbeitung der Ergebnisse der internationalen Erdmessung anvertraut ist. Gemäss der Baeyerschen Tradition ist als allgemeines Ziel der Institutsarbeiten die grosse Geodäsie festgehalten, d. h. eine immer genauere Kenntnis des Gesamterdkörpers nach seiten seiner räumlichen Abmessungen und allgemeinen mechanischen Eigenschaften. Ein spezielles Arbeitsgebiet ist zur Zeit die Frage nach der Verteilung der Schwerkraft über die Erde hin (absolute und relative Schweremessungen, nebst Feststellung der Lotabweichungen). Ein schöner Fortschritt in dieser Hinsicht ist es, dass es neuerdings gelang, exakte Schweremessungen auch auf dem Ozean vorzunehmen (Hecker, 1901/03). — Die grossen geodätischen Arbeiten der Landesvermessung und des Katasterwesens, sowie die mehr technischen Arbeiten und Interessen auf dem Gebiete der Geodäsie können hier, weil von dem Zweck des Berichts zu weit abliegend, unmöglich besprochen werden. Eine analoge Bemerkung gilt für die Abgrenzung des nun zu gebenden Berichts über die mehr physikalischen Teile der Geonomie: wir greifen nur einzelne Punkte heraus, die durch die Fortentwicklung der Wissenschaft besonders in den Vordergrund gerückt scheinen. Auch so wird unsere Darstellung hinreichend erkennen lassen, dass Deutschland an den geophysikalischen Untersuchungen neuerdings hervorragend beteiligt ist.

Wir sprechen zunächst von den Erdbebenbeobachtungen. Ursprünglich in den erdbebenreichen Ländern, in Japan und Italien, entstanden, wurden dieselben zuerst von englischer Seite rund um die Erde installiert. Deutschland ist erst im letzten Jahrzehnt in den Kreis dieser Bestrebungen eingetreten und hat jetzt, in gewissem Sinne, die Führung ergriffen. Einmal, was die Konstruktion der Registrierinstrumente angeht: auf das Horizontalpendel des verstorbenen v. Rebeur-Pasch-

witz (1890 ff.) folgten die systematisch durchgearbeiteten Apparate von Wiechert (von 1899 an), welche alle Einzelheiten der Bodenbewegung festzuhalten gestatten. Dann aber in Richtung auf Sammlung des Gesamtmaterials: eben nun ist Aussicht, dass es den unablässigen Bemühungen von Gerland (Strassburg) gelingen wird, eine umfassende seismische Assoziation der Staaten zustande zu bringen. Man hofft, durch die von allen Seiten zuströmenden Beobachtungen und Arbeiten immer mehr eine zuverlässige Kenntnis von der Konstitution und dem noch andauernden Werdeprozess der Erdrinde zu erhalten. Innerhalb Deutschlands wird an Stelle der verschiedenen bisherigen Organisationen ein systematisches Netz von Beobachtungsstationen eingerichtet werden.

Wir geben ferner einige Bemerkungen über Meteorologie. Die Bemühungen der Forscher sind je länger je mehr darauf gerichtet, nicht nur am Boden des Luftmeeres zu beobachten, sondern auch in der Höhe: statt des bisherigen zweidimensionalen Beobachtungssystems ein dreidimensionales einzurichten. Bergobservatorien, Drachenbeobachtungen und Ballonanstiege müssen gleichmässig diesem Zwecke dienen. Hier ist vor allen Dingen internationale Kooperation nötig. Der Vorsitz der internationalen Kommission für wissenschaftliche Luftschiffahrt befindet sich in Strassburg (Hergesell). Von deutscher Seite wurde insbesondere an der Ausarbeitung der physikalischen Methoden und ihrer praktischen Anwendung Anteil genommen (Assmann, Berlin). Unter den vielen Mittelpunkten steht die mit grossen Mitteln arbeitende aeronautische Abteilung des unter Leitung v. Bezolds stehenden preussischen meteorologischen Centralinstituts voran (Abteilungsvorstand Assmann). Die neuen Ergebnisse weichen von dem, was früher als ausgemacht galt, vielfach ab; man glaubt aber nun auf dem richtigen Wege zu sein, der zu einem wirklichen, physikalischen Verständnisse der in der Atmosphäre sich abspielenden Prozesse hinleiten wird.

Zu den meteorologischen Erscheinungen, welche früher durchaus unverständlich geblieben waren, gehören insbesondere diejenigen der Luftelektrizität. Hier dürfte die moderne Lehre von den Ionen und Elektronen den Schlüssel bieten: die Luft erscheint unter der Einwirkung der Sonnenstrahlen und in ihr enthaltener radioaktiver Substanzen fortwährenden Ionisationsprozessen unterworfen. Die gewaltsamen Vorgänge des Gewitters und die sanfteren des Nordlichts sind vermutlich nur extreme Glieder einer immerzu und überall sich abspielenden Kette von Prozessen. Von deutschen Forschern auf diesem Gebiete sind neben Exner in Wien und Ebert in München ganz besonders Elster und Geitel in Wolfenbüttel zu nennen. Wiederum geht von Deutschland (Riecke, Göttingen) der Plan eines internationalen Beobachtungssystems aus. Derselbe ist jetzt so weit vorbereitet, dass er der nächsten Versammlung der neugegründeten Assoziation der Akademien unterbreitet werden soll, welche 1904 in London stattfinden wird, womit diese wissenschaftliche Instanz eine erste Gelegenheit haben wird, ihre Leistungsfähigkeit auf geophysikalischem Gebiete zu bewähren.

Wir berühren endlich die Fragen des Erdmagnetismus. Der Erdmagnetismus ist das eigentliche klassische Gebiet der deutschen Geophysik von den Tagen her, wo Gauss und Wilhelm Weber ihm ihre bahnbrechende Thätigkeit zuwandten (Gründung des „erdmagnetischen Vereins", 1838). Seitdem sind ja viele Einzelheiten hinzugekommen. Man hat die Instrumente wesentlich verbessert und dadurch früher unbekannte Details der Erscheinungen aufgedeckt (Eschenhagen, Potsdam 1899). Neue Vorschläge zur Ausgestaltung des internationalen Beobachtungssystems sollen eben jetzt von deutscher Seite an die Assoziation der Akademien gebracht werden. Dabei steht die Gausssche Frage, wie weit der Sitz des Erdmagnetismus im Innern der Erde und wie weit er ausserhalb zu suchen sei, noch immer im Vordergrunde des Interesses. — Ebenso hat sich die Gausssche Darstellungsweise der allgemeinen Verteilung der magnetischen Wirkung über die Erde hin durch eine bis zu Gliedern vierter Ordnung fortschreitende numerische Kugelfunktionenentwicklung nicht weiterbilden lassen; ein Hinzunehmen der Glieder fünfter Ordnung brachte keinen Fortschritt. Nur die Zahlenwerte der Koeffizienten haben sich dank den Rechnungen verbessert, welche auf Anregung des verdienstvollen, langjährigen Leiters der Seewarte, v. Neumayer, unter Benutzung des inzwischen zusammengekommenen reichen Beobachtungsmaterials Ad. Schmidt (früher Gotha, jetzt Potsdam) 1898 ausgeführt hat. Und als es vor wenig Jahren den rastlosen Bemühungen v. Neumayers gelungen war, dass das Deutsche Reich eine erste wissenschaftliche Expedition nach den Südpolargegenden ausrüstete, deren glückliche Heimkehr eben erwartet wird, da erinnerte sich die Nation des grossen Forschers, der zuerst die Lage des magnetischen Südpols der Erde errechnet hatte, und die massgebenden Instanzen erteilten dem Schiffe, welches die deutsche Forschung in bisher unzugängliche Gegenden hinaustragen sollte, den Namen Gauss.

III. Mathematik.

1. Um ein zusammenhängendes Bild von dem Stande der deutschen Mathematik im Jahre

1893 zu erhalten, wird es gut sein, mit dem in dem Sammelwerke über die deutschen Universitäten gegebenen Bericht des Referenten die Verhandlungen des in Chicago abgehaltenen mathematischen Kongresses[1]) zu vergleichen (bei denen besonders viele deutsche Arbeiten vorgelegt wurden[2])), sowie die im Anschluss an den Kongress vom Referenten in Evanston gehaltenen Vorträge.[3]) Bei einem solchen Vergleich tritt neben der weit fortgeführten Entwicklung und der hochgesteigerten Leistung in den einzelnen Teilen der mathematischen Wissenschaft, von etwa 1870 beginnend, eine auf Wiedervereinigung und innere Verschmelzung derselben gerichtete Tendenz von wachsender Stärke hervor. Diese Tendenz hat in dem nunmehr verflossenen Jahrzehnt gegenüber den spezialistischen Bestrebungen durchaus die Oberhand gewonnen: von der reinen Mathematik beginnend, hat sie bald auch sämtliche Gebiete der angewandten Mathematik in ihren Bereich gezogen und auf den Unterricht praktischen Einfluss geübt; sie wird daher den Hauptgegenstand des folgenden Berichts abgeben. Übrigens bestehen neben dieser neuen Bewegung die früheren Arbeitsrichtungen selbstverständlich fort und die von ihnen ausgehenden Impulse ziehen immer weitere Kreise. So hat insbesondere, in Nachwirkung der Weierstrassschen Vorlesungen, die Strenge der Darstellungsweise und die Fundierung des mathematischen Lehrgebäudes auf einen vorsichtig umgrenzten Zahlbegriff eine wachsende Verbreitung gefunden.

Die äussere Form unseres Berichtes wird übrigens eine andere sein, wie vorhin bei Physik und Astronomie: wir werden in erster Linie eine Zusammenstellung nicht charakteristischer mathematischer Gedankenreihen, sondern der wichtigeren Litteratur liefern, an die sich sachliche Erläuterungen mehr beiläufig anschliessen sollen. Es geschieht dies einmal, weil es nur so (nämlich durch Angabe der Autoren und der Titel ihrer Publikationen) möglich scheint, auch dem Nichtmathematiker einen gewissen Einblick in den Entwicklungsgang der Wissenschaft zu geben. Ausserdem aber ist der Fortschritt der Mathematik in der That mehr an die litterarische Produktion gebunden, als etwa derjenige der Naturwissenschaften; ist doch die Exposition der Resultate ein wesentliches Stück jeder mathematischen Leistung.

Dem Gesagten zufolge erscheint es als unsere nächste Aufgabe, die auf deutschem Boden im letzten Jahrzehnt eingetretene Entwicklung der Sammlungstendenzen durch Aufführung und Charakterisierung der hauptsächlichen Litteratur zu belegen. Indem wir mit reiner Mathematik beginnen, gedenken wir zunächst der Publikation gewisser umfangreicher Monographien, deren jede zwar ursprünglich auf Bearbeitung eines einzelnen vom Verfasser mit Vorliebe gepflegten Sondergebietes ausgeht, aber dann bald, durch die innere Logik des Gegenstandes getrieben, auch auf Nachbargebiete übergreift. Wir nennen zunächst die stattliche Zahl von Bänden, in denen Lie unter Mitwirkung von Engel und Scheffers seine Theorie der geometrischen Transformationen und Transformationsgruppen exponiert hat, sodann die von Schlesinger gegebene Darstellung von Fuchs' Untersuchungen über lineare Differentialgleichungen, endlich die Durchführung, welche der langjährige Plan des Referenten, den dieser 1884 mit seinen Vorlesungen über das Ikosaeder begonnen hatte, durch Fricke gefunden hat, nämlich eine zusammenhängende Darlegung der Theorie eindeutiger Funktionen mit linearen Transformationen in sich (elliptische Modulfunktionen, automorphe Funktionen). Auch die autographierten Vorlesungen über verschiedene Gebiete der Mathematik, welche Referent in den Jahren 1891—97 veröffentlichte, dürfen in diesem Zusammenhange genannt werden. Wir erwähnen ferner die grösseren Referate über einzelne Kapitel der reinen Mathematik, welche die seit 1890 bestehende deutsche Mathematikervereinigung in ihren Jahresberichten bisher gebracht hat; beispielsweise fanden Invariantentheorie, Algebraische Zahlkörper, Algebraische Funktionen einer Variabelen, Geschichte der synthetischen Geometrie und Cantorsche Mengenlehre durch Franz Meyer, Hilbert, Brill und Nöther, E. Kötter und Schönflies ihre Bearbeitung. Dabei handelt es sich durchweg nicht nur um eine äussere Zusammenstellung bekannter Resultate, sondern ebensosehr um ein Ineinanderarbeiten früher getrennter Gedankengänge; der Nichtmathematiker wird nur unvollkommen ermessen, wie

1) Mathematical Papers read at the International Mathematical Congress held in connection with the Worlds Columbian Exposition, Chicago 1893 (New York 1896).

2) Wir finden Beiträge von Burckhardt, Dyck, Fricke, Heffter, Hilbert, Hurwitz, Klein, Krause, Franz Meyer, Minkowski, Netto, Nöther, Pringsheim, Schlegel, Schönflies, Study, H. Weber; inhaltlich beziehen sich diese Beiträge auf die verschiedensten Gebiete der modernen Mathematik.

3) The Evanston Colloquium (New York 1894). Wir nennen die folgenden Titel: Clebsch; Sophus Lie; On the real shape of algebraic curves and surfaces; Theory of functions and geometry; On the mathematical character of space-intuition, and the relation of pure mathematics to the applied sciences; The transcendency of the numbers e and π; Ideal numbers; The solution of higher algebraic equations; On some recent advances in hyperelliptic and abelian functions; The most recent researches in Non-Euclidean geometry. Ref. hatte sich die Aufgabe gestellt, in der Weise über die neuesten Fortschritte der Mathematik Bericht zu erstatten, dass er überall an geometrische Interessen und Anschauungen anknüpfte; er hatte diese Aufgabe um so lieber übernommen, als die selbständige Entwicklung der amerikanischen Mathematik, die inzwischen glänzend hervorgetreten ist, damals gerade einsetzte.

schwierig eine solche Arbeit auf dem Gebiete der Mathematik gegebenenfalls sein kann und wie sehr auch bei ihr produktive Thätigkeit verlangt wird. Beispielsweise enthält insbesondere der Hilbertsche Bericht im einzelnen sehr viel Neues.

Es erscheint zweckmässig, gleich auch auf die grösseren Sammelarbeiten über angewandte Mathematik hinzuweisen, welche die deutsche Mathematikervereinigung bislang veranlasst hat. Wir gedenken in erster Linie der umfassenden Münchener Ausstellung mathematischer Instrumente und Modelle, welche Dyck im Auftrage der Vereinigung 1893 zustande brachte[1]) und ihres ebenfalls von Dyck gearbeiteten interessanten Katalogs. Wir nennen ferner an Referaten: Finsterwalder, Photogrammometrie; Czuber, Wahrscheinlichkeitsrechnung (wo auch die Fragen der mathematischen Statistik besprochen werden); Heun, die kinetischen Probleme der wissenschaftlichen Technik (ein erster Versuch, diesen vielseitigen Stoff nach mathematischen Gesichtspunkten zu ordnen); endlich Burckhardt, Entwicklung nach oszillierenden Funktionen (noch im Erscheinen begriffen; eine besonders umfassende Arbeit, welche zahlreiche wertvolle Untersuchungen aus der Entstehungsperiode der mathematischen Physik und Astronomie, die so gut wie vergessen waren, heranzieht und mit den neueren Anschauungsweisen der Mathematiker in Verbindung setzt). Aus dieser blossen Aufführung wird auch der Fernerstehende eine Vorstellung von der Vielseitigkeit des zu bearbeitenden Stoffes gewinnen. Im übrigen hat das Bestreben, die verschiedenen Gebiete der Anwendungen für die Mathematiker wieder allgemein zugänglich zu machen, seine besonderen, sehr bedeutenden Schwierigkeiten. Viele Gebiete sind lange Zeit hindurch den Praktikern allein überlassen gewesen, und diese pflegen, bei der genauen Kenntnis, die sie von den Einzelheiten der Erscheinungen besitzen und bei ihrem ausschliesslichen Interesse für konkrete Fälle, zwischen logischer Ableitung und empirischer Selbstverständlichkeit meistens nur mangelhaft zu unterscheiden. Hier ist also der feste Boden, auf dem mathematische Entwicklungen fundiert werden können, überhaupt erst herauszuarbeiten. Andererseits giebt es in den hier in Betracht kommenden Gebieten mannigfach scharfsinnig durchgeführte mathematische Theorien, die den Fehler haben, dass ihre Voraussetzungen der Wirklichkeit nur ungenügend entsprechen. Der mathematische Referent muss in solchen Fällen Fachmann genug sein oder doch so viel Fühlung mit Fachkreisen haben, um das Ungenügende des Ansatzes von vornherein zu erkennen. Ausserdem muss er grosse Unbefangenheit des Denkens besitzen. Denn es ist keineswegs notwendig, dass sich erfolgreiche Theorien der angewandten Mathematik auf den Pfaden der ihm von Hause aus gewohnten Auffassungen bewegen.

2. Schwierigkeiten haben bei echter Entwicklung immer nur die schlummernde Thatkraft geweckt. So ist es auch im vorliegenden Falle gegangen. Die Einzelreferate der Mathematikervereinigung schienen bald nicht mehr zu genügen, vielmehr entstand ein umfassender Plan, welcher die notwendige Arbeit auf der ganzen Linie gleichzeitig in Gang bringt, der Plan einer grossen Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften „mit Einschluss ihrer Anwendungen". Die Oberleitung liegt in den Händen der Akademien zu Göttingen, München und Wien; die Redaktion der Bände für reine Mathematik haben Franz Meyer und Burckhardt übernommen, diejenige der „angewandten" Bände, neben dem Referenten, Sommerfeld, Wiechert und Schwarzschild. Das Unternehmen, welches z. Z. etwa zu einem Drittel durchgeführt ist, erfreut sich der thätigen Unterstützung einer sehr grossen Zahl von Mitarbeitern des Inlandes und Auslandes[1]) (wie denn eine französische Ausgabe bereits in Vorbereitung ist). Die verschiedenen Gebiete der Mathematik werden dabei in der Weise monographisch bearbeitet, dass überall die Hauptmomente der Entwicklung und die wichtigsten bislang erzielten Resultate unter Zufügung umfassender Litteraturnachweise referierend zusammengestellt werden.

Es wäre verfrüht, hier über die Bedeutung des Enzyklopädieunternehmens ein Urteil abgeben zu wollen. Wenn es zweifellos den Höhepunkt der hier zu besprechenden Entwicklung vorstellt, so steht es doch keineswegs allein, sondern wird von einer Reihe sozusagen paralleler Bestrebungen begleitet. Der Sinn für Geschichte der Mathematik ist wieder erwacht und findet mannigfache Betätigung; wir nennen nur Moritz Cantors Fundamentalwerk, dessen erster Band zuerst 1880 erschien und von dem jetzt bereits die zweite Auflage abgeschlossen vorliegt. Gesammelte Abhandlungen und Vorlesungen hervorragender Gelehrter sind jetzt in grosser Zahl herausgegeben (so von Weierstrass, von Kronecker usw., auch zu den Werken von Gauss und Riemann sind wesentliche Ergänzungen er-

1) Eine nicht ganz so umfangreiche, aber immerhin sehr vielseitige Ausstellung mathematischer Instrumente und Modelle bildete in Chicago einen wesentlichen Teil der deutschen Unterrichtsausstellung; auch diese war von Dyck besorgt worden.

1) Bis jetzt sind 65 Artikel mit rund 220 Bogen erschienen. Wir finden unter den Autoren zwei Amerikaner, nämlich Bôcher und Osgood aus Cambridge. Unter den deutschen Mitarbeitern mögen insbesondere Pringsheim und Voss genannt werden.

schienen). Die Bibliographie der Mathematik wird von verschiedenen Seiten in früher nicht gekannter Vollständigkeit bearbeitet. Das Interesse an philosophischer Fragestellung kommt wieder mehr in den Vordergrund (was insofern mit dem Unternehmen der Enzyklopädie harmoniert, als doch auch dieses in letzter Linie nicht eine blosse Anhäufung von Material, sondern eine Vereinheitlichung der Auffassung anstrebt); insbesondere findet die logische Seite (die Zurückführung der einzelnen mathematischen Disziplinen auf bestimmte Axiome) zahlreiche Vertreter. Noch nie sind so viele Lehrbücher auch über spezielle Teile der Mathematik seitens des deutschen Verlags publiziert worden, wie in den letzten Jahren. Die bestehenden deutschen Zeitschriften haben sich spezialisiert und werden dadurch den verschiedenen Interessen des mathematischen Publikums in höherem Grade als bisher gerecht. Zu ihnen ist als neues Unternehmen eine Herausgabe der Jahresberichte der deutschen Mathematikervereinigung in Monatsheften getreten, welche die Leser über die aktuellen Fragen der Wissenschaft auf dem Laufenden erhält. Über die Gesamtproduktion des Inlandes und des Auslandes geben die Fortschritte der Mathematik nun schon seit 35 Jahren alljährlich Bericht. An die internationalen Mathemathikerkongresse von Zürich 1897 und Paris 1900 wird sich 1904 ein solcher in Heidelberg schliessen, veranstaltet von der deutschen Mathematikervereinigung.

Zusammenfassend dürfen wir sagen, dass die Gefahr, die vor 25 Jahren nicht ausgeschlossen schien, dass nämlich die Mathematik in eine Reihe getrennter Disziplinen zerfallen möchte, für Deutschland endgültig beseitigt ist. Dass die reine Mathematik, unbeschadet ihrer selbständigen Entwicklung, in ihrem eigenen Interesse mit der angewandten Mathematik in allseitiger Beziehung gehalten werden muss, ist vielleicht noch nicht in demselben Masse zur allgemeinen Überzeugung geworden; man hört in der That immer noch gelegentlich die entgegengesetzte Meinung vertreten, dass nämlich die moderne Entwicklung der reinen Mathematik von den Anwendungen direkt wegführe und in dieser Richtung nicht aufgehalten werden dürfe.

3. Wir berichten nunmehr von der neuen Wendung, welche im Zusammenhang mit den vordringenden enzyklopädischen Interessen auf dem Gebiet des mathematischen Universitätsunterrichtes Platz gegriffen hat. Es war z. Z. eine ausserordentliche pädagogische Leistung des jugendlichen Jacobi gewesen, dass er unternahm, durch seine Vorlesungen die Zuhörer zur Mitarbeit an der eigenen wissenschaftlichen Produktion heranzuziehen (Königsberg, 1827/42). Aber jedes noch so hohe Prinzip führt übertrieben zu Absurditäten. Jedenfalls ist, in Nachwirkung des Jacobischen Beispiels, der höhere mathematische Unterricht vielfach einer unverkennbaren Vereinseitigung anheimgefallen. Hiergegen hat nunmehr eine Reaktion eingesetzt, die wieder mehr berücksichtigt, dass die Mehrzahl der Studierenden in erster Linie für die spätere Ausübung eines bestimmten Berufes tüchtig gemacht werden soll. Hoffen wir, dass diese Bewegung nun nicht ihrerseits wieder zu einem ungesunden Extreme führt! Im Mittelpunkte der Bewegung steht auch hier die Wiederbelebung des Interesses für angewandte Mathematik, insbesondere, den Zeitverhältnissen entsprechend, für die mathematischen Aufgaben der Technik. Das entscheidende Ereignis ist, dass die preussische Regierung in die 1898 erschienene neue Prüfungsordnung für Lehramtskandidaten eine besondere Lehrbefähigung für angewandte Mathematik eingesetzt hat, welche durch Anforderungen in darstellender Geometrie, technischer Mechanik, Geodäsie und Wahrscheinlichkeitsrechnung definiert wird. In derselben Richtung liegt natürlich die Herstellung näherer Beziehungen zwischen den mathematischen und physikalischen oder astronomischen Vorlesungen und der schon erwähnte Wunsch nach besonderen Vorlesungen auch über angewandte Physik. Über den Stand, den die Bewegung an verschiedenen Universitäten erreicht hat, und über die Art, wie sie sich mit dem mehr spezialisierten Unterrichtsbetriebe auseinandersetzt, lässt sich Allgemeines kaum sagen, weil zu viele individuelle Verschiedenheiten, namentlich auch zwischen Nord und Süd, vorliegen. Als ein besonders entwickeltes Beispiel wählen wir die Universität Göttingen, bei der die Direktoren des mathemathisch-physikalischen Seminars neuerdings ausführliche „Ratschläge und Erläuterungen" für die Studierenden der Mathematik und Physik ausgegeben haben, aus denen man ein klares Bild von den zur Zeit dort herrschenden Verhältnissen erhält. Neben die Vorlesungen und Übungen über reine Mathematik und reine Physik sind als eine dritte gleichberechtigte Abteilung diejenigen über „Angewandte Mathematik und Physik" gesetzt, welche ausser den in der Prüfungsordnung genannten Fächern noch angewandte Thermodynamik, angewandte Elektrizitätslehre, sowie die gesamte Geophysik und Astronomie umfassen. (Ausserdem wird über Versicherungsmathematik gelesen.) Überall ist zwischen Anfangsvorlesungen, Kursusvorlesungen und Spezialvorlesungen (beziehungsweise -Übungen) unterschieden. Nur einige Elementarkenntnisse müssen von sämtlichen Studierenden nachgewiesen werden, darüber hinaus bleibt die Wahl und Ordnung der Studien der

besonderen Interessenrichtung des einzelnen überlassen. Dies die grossen Umrisse des Göttinger Systems, dessen spezielle Durchführung freilich nur durch den Umstand ermöglicht erscheint, dass in Göttingen gerade für Mathematik und Physik eine besonders grosse Anzahl von Dozenten und von mannigfachen Institutseinrichtungen zur Stelle sind.

4. Nach dieser Digression über die Unterrichtsverhältnisse kehren wir noch einmal zur Frage nach der freien Entwicklung der Wissenschaft zurück. Wir haben den vorwaltenden enzyklopädischen Tendenzen billigerweise den Hauptteil unserer Berichterstattung über die letzten zehn Jahre der deutschen Mathematik zugewiesen. Inzwischen betrachten wir dieselben nur als einen Durchgangspunkt. In der That treten spezifische Ansätze zu Neuem bereits nach verschiedenen Richtungen hervor. Auch für den Fernerstehenden erkennbar ist dies auf dem Gebiete der Geometrie, wo u. a. Finsterwalders Beiträge zur Lehre von den Flächendeformationen, Minkowskis Theoreme über allgemeinste konvexe Flächen, Studys systematisierende Arbeiten, vor allem aber Hilberts bahnbrechende Untersuchungen über die Fundamente der Geometrie in dieser Hinsicht genannt werden können. In der Arithmetik knüpft eine neue Entwicklung an den oben genannten Hilbertschen Bericht über algebraische Zahlkörper an; in der Algebra mögen die Weiterführung der Kroneckerschen Ideen über Modulsysteme und Frobenius' Arbeiten über Gruppentheorie genannt werden. Aber vielleicht ist die Entwicklung, die sich auf dem Gebiet der Analysis vorbereitet, noch weitergreifend. Die Weierstrasssche Tradition ist für die deutschen Mathematiker eine Zeitlang sozusagen übermächtig gewesen; es war zunächst im Auslande, insbesondere in Frankreich, dass sie ihre Weiterbildung fand.[1]) Jetzt kommt dieselbe von dort in durchgearbeiteter Form zurück und unsere jüngeren Forscher sehen sich in der Lage, alle die „Weierstrassschen Skrupel", welche einst den Fortschritt zu hemmen schienen, im positiven Sinne zu wenden. Ich möchte insbesondere auf Hilberts Arbeiten über Variationsrechnung und partielle Differentialgleichungen verweisen, die freilich nur erst (in den Dissertationen zahlreicher Schüler) stückweise publiziert sind. Hieran knüpft sich eine besondere Perspektive. Unser mathematischer Bericht zeigt bis zu der Stelle, an der wir uns jetzt befinden, nicht nur formal, sondern auch inhaltlich den grössten Gegensatz gegen die Schilderung, welche wir von der Entwicklung der physikalischen Forschung geben konnten. In der That bewegen sich die Ströme der beiderseitigen Fortschritte während der Berichtsperiode durchaus in getrennten Betten. Vielleicht aber ist die Zeit nicht mehr fern, wo sie aufs neue zusammenfliessen. Die Ideenbildungen und Probleme der modernen Physik bedürfen, wie schon oben gelegentlich gesagt, einer neuen mathematischen Bearbeitung: die innerlich erstarkte Analysis scheint befähigt, dieselbe zu leisten. Hier wäre denn die gegenseitige Durchdringung der neuzeitlichen reinen und angewandten Mathematik, die wir als eine Hauptaufgabe der Zukunft ansehen, an einem wesentlichen Punkte erreicht. Die mathematische Enzyklopädie aber wird, indem sie den gesamten zu Vergleich kommenden Stoff ordnet und zugänglich macht, für die in Aussicht genommene Weiterentwicklung der Wissenschaft nach allen Richtungen die notwendige Vorarbeit leisten; die grossen Schwierigkeiten, welche einem wirklich umfassenden Betriebe unserer Wissenschaft heute noch entgegenstehen, werden nach ihrer Vollendung fortgeräumt sein.

1) Man vergleiche etwa Hurwitz' Rede über die modernen Fortschritte der Funktionentheorie vor dem Züricher internationalen Kongresse, 1897.

BESPRECHUNGEN.

C. A. Bischoff, Materialien der Stereochemie in Form von Jahresberichten. 1. Band: 1894—1898, mit systematischem Inhaltsverzeichnis für 1894—1902; 2. Band: 1899—1902, mit alphabetischem Sachregister für 1894 bis 1902. gr. 8. CXXXVI und 1977 Seiten. Braunschweig, Friedrich Vieweg & Sohn. 1904. Geheftet 90 Mark.

Im Jahre 1894 erschien das bisher grösste Werk über Stereochemie, das von C. A. Bischoff unter Mitwirkung von P. Walden herausgegebene Handbuch der Stereochemie. Dieses umfangreiche über 1000 Seiten starke Werk ist zum grössten Teile eine gewaltige Materialiensammlung über alles für die Stereochemie Wichtige bis Ende 1893. Bei der rapiden Weiterentwickelung der organischen Chemie und der gleichzeitigen Erweiterung der Stereochemie über die Stereochemie des Kohlenstoffs hinaus ist es ohne weiteres klar, dass das ursprüngliche Bischoffsche Handbuch zur Zeit keinen Anspruch auf irgendwelche Vollständigkeit mehr machen kann. Es bedurfte dringend der Ergänzung bis auf die neueste Zeit und da das

jährlich neu hinzukommende Material sehr umfangreich ist, so war es zweifellos eine sehr glückliche Idee des Verfassers, dieser Ergänzung die Gestalt von Jahresberichten zu geben. So wird der Fortschritt eines jeden neuen Jahres als ein in sich abgeschlossenes Ganzes behandelt. Die vorliegenden zwei starken Bände enthalten so in neun einzelnen Teilen die Berichte über die Fortschritte der Stereochemie in den Jahren 1894—1902, und der Verfasser scheint gewillt, nun Jahr für Jahr weiter zu berichten. Ein systematisches Inhaltsverzeichnis und ein alphabetisches Sachregister ermöglicht eine bequeme Benutzung des gewaltigen gesammelten Materials. Dem Physiker erwachsen angesichts dieses ungeheuren Materials interessante Aufgaben. Um nur ein Beispiel zu nennen, möchte der Referent die Ausarbeitung des quantitativen Zusammenhangs zwischen Konstitution optisch-aktiver Verbindungen und dem Drehungsvermögen derselben nennen. Hier ist vor einer Reihe von Jahren Guyes Lehre vom Asymmetrieprodukt aufgestellt worden, hat sich aber als nicht aufrecht zu erhalten erwiesen. Der Referent möchte hier der Überzeugung Ausdruck geben, dass es wahrscheinlich nur der richtigen Ausgestaltung oder Umarbeitung der Guyeschen Vorstellungen bedarf, um hier zu schönen Resultaten zu gelangen. Um einen Vergleich zu gebrauchen, könnte man sagen, dass sich Guyes Resultate zu dem Materiale an Drehungsvermögen verhalten wie etwa die bekannten physikalisch-chemischen Spektralregelmässigkeiten zu der Fülle der gemessenen Spektrallinien. Dies ist nur eines der zahlreichen Probleme, die es hier noch zu lösen giebt und in diesem Sinne bietet das Werk also auch dem Physiker eine Fülle des Interessanten. E. Bose.

(Eingegangen 4. Oktober 1904.)

Jahrbuch der Chemie. Bericht über die wichtigsten Fortschritte der reinen und angewandten Chemie. Herausgegeben von Richard Meyer. 13. Jahrgang, 1903. gr. 8. XII und 600 S. Braunschweig, Friedrich Vieweg & Sohn. 1904. M. 14.—, in Leinen geb. M. 15.—, in Halbfr. geb. M. 16.—.

Das von einer Reihe ausgesuchter Mitarbeiter vorzüglich bearbeitete Jahrbuch der Chemie ist natürlich in erster Linie für den reinen Chemiker berechnet, doch sind auch verschiedene für den Physiker interessante und lesenswerte Teile darin enthalten. Es sei hier vor allen Dingen auf den Abschnitt über physikalische Chemie, ferner auf diejenigen für anorganische Chemie und für Photographie hingewiesen. Im übrigen bedarf das längst vorteilhaft bekannte Werk keiner besonderen Empfehlung, sondern nur des Hinweises auf den neu erschienenen Jahrgang. E. Bose.

(Eingegangen 4. Oktober 1904.)

W. Marshall Watts, An Introduction to the Study of Spectrum Analysis. 325 Seiten mit 135 Figuren im Text und einer farbigen Tafel. London, Longmans, Green and Co. 1904.

Das vorliegende Buch, das angehenden Spektroskopikern ein Führer sein soll, enthält auf den ersten 184 Seiten einen kurz gehaltenen Leitfaden der Spektroskopie, ihrer Methoden, Hilfsmittel und Anwendungen, ohne viel Theorie, alles vom Standpunkte des Praktikers aus behandelt. Etwas zu kurz gekommen ist dabei zweifellos die Absorptionsspektralanalyse, insofern nicht ein einziges Spektrophotometer beschrieben worden ist. Dagegen ist zu erwähnen, dass sowohl der Spektroheliograph von Hale, als auch besonders das Michelsonsche Stufengitter eingehender behandelt werden. Den Rest von ca. 140 Seiten des Buches bildet ein Spektralkatalog und ein Anhang mit zwei kurzen Arbeiten von Sir William Huggins und Lady Huggins. Im übrigen enthält das Buch viel Interessantes und es verdient auch die vorzügliche Ausstattung lobend erwähnt zu werden. E. Bose.

(Eingegangen 4. Oktober 1904.)

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt wurde Professor Dr. Karl Runge aus Hannover zum ord. Professor der angewandten Mathematik an der Göttinger Universität.

Berufen wurden der wissenschaftliche Hilfsarbeiter am kgl. Geodätischen Institut auf dem Telegraphenberg bei Potsdam, Dr. Furtwängler, als Professor für Mathematik an die landwirtschaftliche Akademie zu Bonn-Poppelsdorf, Professor Dr. Georg Landsberg aus Heidelberg als Extraordinarius für Mathematik an die Universität Breslau, Dr. Vahlen, Privatdozent der Mathematik, aus Königsberg als a. o. Professor an die Universität Greifswald.

Der Professor der allgemeinen Physik an der Universität Stockholm Dr. S. A. Arrhenius erhielt einen Ruf an die Universität Berlin als ord. Professor für Meteorologie und kosmische Physik.

Für die Redaktion verantwortlich Privatdozent Dr. Emil Bose in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.